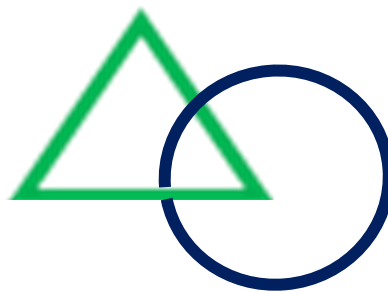


SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO THÀNH PHỐ CẦN THƠ
TRƯỜNG THPT BÙI HỮU NGHĨA

TỔ TOÁN

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP
CUỐI KỲ II-TOÁN 12



NĂM HỌC 2025-2026



I. NỘI DUNG KIỂM TRA

Chương IV: Nguyên hàm, tích phân, ứng dụng.

Chương V: Phương trình mặt phẳng, đường thẳng và phương trình mặt cầu.

Chương VI: Một số yếu tố về xác suất.

II. CẤU TRÚC ĐỀ VÀ THỜI LƯỢNG:

+ Thời gian làm bài 90 phút.

+ Cấu trúc đề: gồm 3 phần.

Phần 1: (3 điểm) 12 câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án chọn lựa.

Phần 2: (4 điểm) 4 câu trả lời đúng, sai cho các khẳng định ở các ý: a);b);c);d).

Phần 3: (3 điểm) 6 câu trả lời ngắn.

III. ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP

Chương IV: NGUYÊN HÀM-TÍCH PHÂN-ỨNG DỤNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I. NGUYÊN HÀM

1. Định nghĩa

Cho K là một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng của tập số thực \mathbb{R} .

• Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K . Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi x thuộc K .

• Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì mọi nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K đều có dạng $F(x) + C$ với C là một hằng số. Vì vậy,

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

• Mọi hàm số liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K . Ta có:

$$\int F'(x) dx = F(x) + C$$

2. Tính chất

Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên K .

• $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với k là hằng số khác 0;

• $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

• $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$

3. Nguyên hàm một số hàm số sơ cấp cơ bản

• Với $\alpha \neq -1$ ta có $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$

• $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

• $\int \cos x dx = \sin x + C$.

• $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

• $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$.

• $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

- Với $a > 0; a \neq 1$ ta có $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$.

II. TÍCH PHÂN

1. Định nghĩa

Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

$$\text{Khi đó } \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

2. Tính chất

Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Ta có:

- $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ (k là hằng số).

- $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$;

- $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$

- Giả sử m, n, c là ba số thực tùy ý thuộc đoạn $[a; b]$, ta có: $\int_m^n f(x) dx = \int_m^c f(x) dx + \int_c^n f(x) dx$.

3. Tích phân một số hàm số sơ cấp cơ bản

- Với $\alpha \neq -1$, ta có: $\int_a^b x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} \Big|_a^b = \frac{b^{\alpha+1} - a^{\alpha+1}}{\alpha+1}$

- Với hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, ta có: $\int_a^b \frac{1}{x} dx = \ln|x| \Big|_a^b = \ln|b| - \ln|a|$

- $\int_a^b \sin x dx = -\cos x \Big|_a^b = \cos a - \cos b$

- $\int_a^b \cos x dx = \sin x \Big|_a^b = \sin b - \sin a$

- Với hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ liên tục trên $[a; b]$, ta có: $\int_a^b \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x \Big|_a^b = \cot a - \cot b$.

- Với hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ liên tục trên $[a; b]$, ta có:

$$\int_a^b \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x \Big|_a^b = \tan b - \tan a;$$

- Với $a > 0, a \neq 1$, ta có $\int_a^\beta a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} \Big|_a^\beta = \frac{a^\beta - a^a}{\ln a}$.

4. Ứng dụng

• Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

• Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

• Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại x ($a \leq x \leq b$) cắt vật thể đó theo hình phẳng có diện tích là $S(x)$. Giả sử hàm số $S(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên được tính bởi công thức

$$V = \int_a^b S(x) dx.$$

• Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a; b]$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

1. TRẮC NGHIỆM

Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [MĐ1] Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.** $\int F'(x) dx = F(x) + C.$ **B.** $\int F(x) dx = F'(x) + C.$
C. $\int F(x) dx = F(x) + C.$ **D.** $\int F'(x) dx = F'(x) + C.$

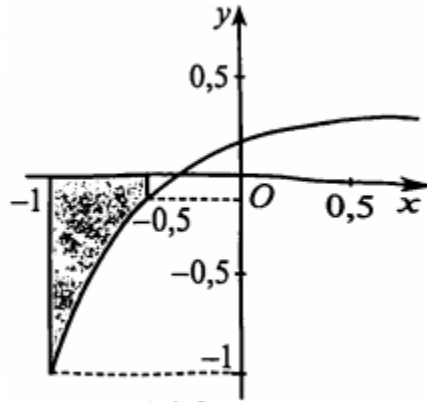
Câu 2. [MĐ1] Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.** $\int e^{-3x} dx = e^{-3x} + C.$ **B.** $\int e^{-3x} dx = -\frac{1}{3} e^{-3x} + C.$
C. $\int e^{-3x} dx = \frac{1}{3} e^{-3x} + C.$ **D.** $\int e^{-3x} dx = -\frac{1}{3} e^{-3x}.$

Câu 3. [MĐ1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

- A.** $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$ **B.** $V = 2\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$
C. $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx.$ **D.** $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$

Câu 4. [MĐ2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 2. Gọi S là phần diện tích hình phẳng được tô màu. Phát biểu nào sau đây là đúng?



Hình 2

A. $S = \int_{-1}^{-0,5} f(x) dx.$

B. $S = \int_{-1}^0 f(x) dx.$

C. $S = - \left| \int_1^{-0,5} f(x) dx \right|.$

D. $S = - \int_{-1}^{0,5} f(x) dx.$

Câu 5. [MĐ1] Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng H quay quanh trục Ox là

A. $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x} dx.$

B. $V = \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx.$

C. $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx.$

D. $V = \pi^2 \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx.$

Câu 6. [MĐ1] Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -\sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng D quay xung quanh trục Ox là

A. $V = \pi \int_0^{\pi} |\sin x| dx.$

B. $V = \pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx.$

C. $V = \pi \left| \int_0^{\pi} (-\sin x) dx \right|.$

D. $V = \pi^2 \int_0^{\pi} \sin^2 x dx.$

Câu 7. [MĐ1] Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng H quay xung quanh trục Ox là

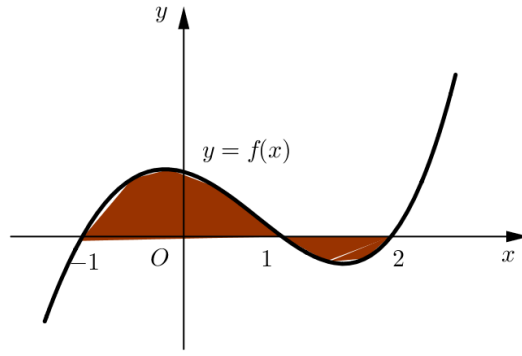
A. $V = \pi \int_1^2 \sqrt{x} dx.$

B. $V = \pi^2 \int_0^{\pi} x dx.$

C. $V = \pi^2 \int_1^2 \sqrt{x} dx.$

D. $V = \pi \int_1^2 x dx.$

Câu 8. [MĐ1] Gọi S là diện tích hình phẳng được tô đậm trong Hình 3. Công thức tính S là



A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx$.

D. $S = -\int_{-1}^2 f(x) dx$.

Câu 9. [MĐTH] $\int (2x)^{\sqrt{2}} dx$ bằng:

A. $\frac{(2x)^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}+1} + C$.

B. $\frac{2^{\sqrt{2}} x^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}+1} + C$.

C. $\frac{(2x)^{\sqrt{2}}}{\ln(2x)} + C$.

D. $(2x)^{\sqrt{2}} + C$

Câu 10. [MĐTH] $\int \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$ bằng:

A. $x - \cos x + C$.

B. $\left(-\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \right)^2 + C$.

C. $\frac{1}{3} \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^3 + C$.

D. $x + \cos x + C$.

Câu 11. [MĐTH] $\int (e^x + e^{-2x}) dx$ bằng:

A. $e^x - 2e^{-2x} + C$. B. $e^x + e^{-2x} + C$. C. $e^x - \frac{1}{2}e^{-2x} + C$. D. $\frac{e^{x+1}}{x+1} + \frac{e^{-2x+1}}{-2x+1} + C$.

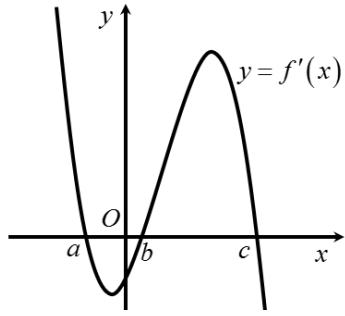
Câu 12. [MĐTH] $\int \left(\cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$ bằng:

A. $x + \sin x + C$. B. $\frac{1}{3} \left(\cos \frac{x}{2} \right)^3 + C$. C. $\left(\sin \frac{x}{2} \right)^2 + C$. D. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \sin x + C$.

Câu 13. [MĐTH] $\int \left(5^{2x} - 6e^{-\frac{x}{2}} \right) dx$ bằng:

A. $e^x - \frac{1}{2}e^{-2x} + C$. B. $\frac{25^x}{2 \ln 5} + 12e^{-\frac{x}{2}} + C$. C. $e^x - 2e^{-2x} + C$. D. $\frac{e^{x+1}}{x+1} + \frac{e^{-2x+1}}{-2x+1} + C$.

Câu 14. [MĐVD] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như Hình 4. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. $f(c) > f(a) > f(b)$. B. $f(c) > f(b) > f(a)$.
 C. $f(a) > f(b) > f(c)$. D. $f(b) > f(a) > f(c)$.

Câu 15. [MĐTH] Vi khuẩn E.coli sống chủ yếu ở đường ruột và có số lượng lớn nhất trong hệ vi sinh vật của cơ thể. Một quần thể vi khuẩn E. coli được quan sát trong điều kiện thích hợp, có tốc độ sinh trưởng được cho bởi hàm số $f(t) = 480 \cdot 2^t \ln 2$. Trong đó t tính bằng giờ ($t > 0$), $f(t)$ tính bằng cá thể/giờ (Nguồn: R Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết tại thời điểm bắt đầu quan sát, số lượng cá thể được ước tính một cách chính xác khoảng 480 cá thể. Hàm số biểu thị số lượng cá thể theo thời gian t là:

- A. $F(t) = 480 \cdot 2^t + \ln 2$ B. $F(t) = 480 \cdot 2^t$
 C. $F(t) = 480 \cdot \frac{2^t}{\ln 2}$ D. $F(t) = 480 \cdot \frac{2^t}{\ln 2} + C$

2. PHẢN ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a) b) c) d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 16. [MĐNB] Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên \mathbf{R}

- a) $\int f(x) dx = f'(x) + C$. b) $\int f'(x) dx = f(x) + C$.
 c) $\int f'(x) dx = f(x)$. d) $\int f''(x) dx = f'(x) + C$.

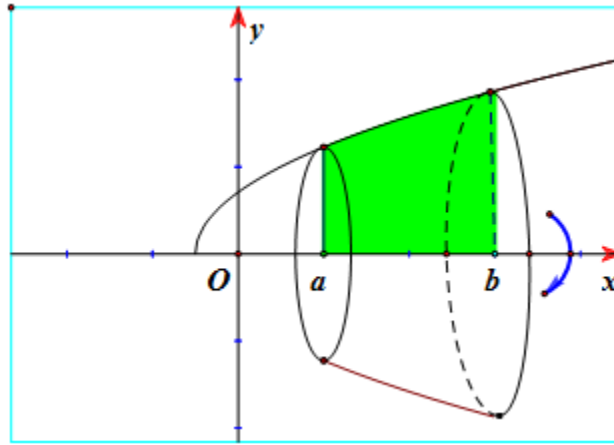
Câu 17. [MĐTH] Giả sử $v(t)$ là phương trình vận tốc của một vật chuyển động theo thời gian t (giây), $a(t)$ là phương trình gia tốc của vật đó chuyển động theo thời gian t (giây).

- a) $\int a(t) dt = v(t) + C$. b) $\int v(t) dt = a(t) + C$.
 c) $\int v'(t) dt = a(t) + C$. d) $\int v'(t) dt = v(t) + C$.

Câu 18. [MĐTH] Giả sử $v(t)$ là phương trình vận tốc của một vật chuyển động theo thời gian t (giây), $a(t)$ là phương trình gia tốc của vật đó chuyển động theo thời gian t (giây). Xét chuyển động trong khoảng thời gian từ c (giây) đến b (giây).

- a) $\int_c^b a(t) dt = v(b) - v(c)$. b) $\int_c^b v(t) dt = a(b) - a(c)$.
 c) $\int_c^b v'(t) dt = v(c) - v(b)$. d) $\int_c^b v'(t) dt = v(b) - v(c)$.

Câu 19. Cho vật thể tròn xoay như Hình 5.



a) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox .

b) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox .

c) Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

d) Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 20. Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hàng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. Nguồn: *R.Larson and B. Eawads, Calculus 10e, Cengage*. Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.

c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.

d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.

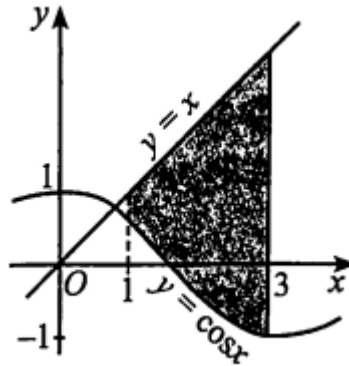
3. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 21. $\int_0^1 \frac{3^{x-2}}{2^{2x}} dx$ có giá trị bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần mười). **ĐS: 0,1**

Câu 22. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)(2x + 1)$ và $F(-1) = \frac{1}{6}$.

Tính $F\left(-\frac{1}{2}\right)$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm). **ĐS: 0,49**

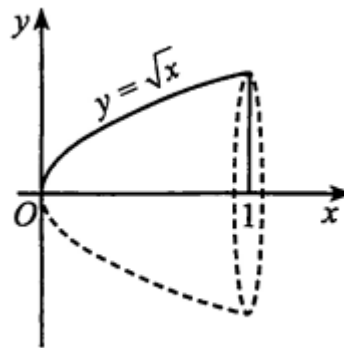
Câu 23. Cho đồ thị hàm số $y = \cos x$ và hình phẳng được tô màu như Hình 6. Tính diện tích hình phẳng đó (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần mười).



Hình 6

ĐS: 4,7

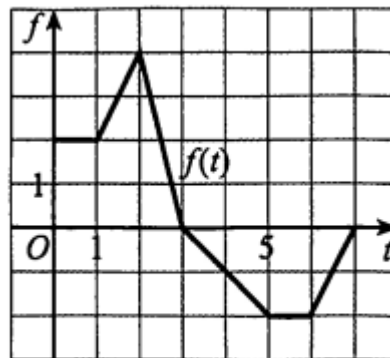
Câu 24. Cho khối tròn xoay như Hình 7. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành bởi hình phẳng cho ở Hình 7 khi quay quanh trục Ox (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần mười).



Hình 7

ĐS: 1,57

Câu 25. Cho $g(x) = \int_0^x f(t) dt, (0 \leq x \leq 7)$ trong đó $f(t)$ là hàm số có đồ thị như Hình 8. Tính $g(3)$.



Hình 8

ĐS: 7

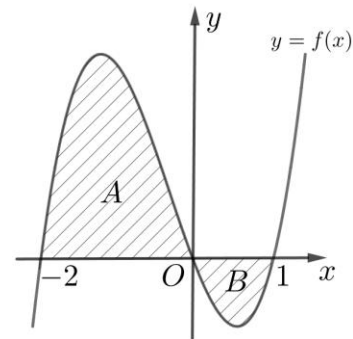
Câu 26. Một vật được ném lên từ độ cao 300 m với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -9,81t + 29,43$ (m/s) (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Gọi $h(t)$ (m) là độ cao của vật tại thời điểm t (s). Sau bao lâu kể từ khi bắt đầu được ném lên thì vật đó chạm đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)? ĐS: 11

Câu 27. Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Tìm giá trị của x để người đó có doanh thu là cao nhất? **ĐS: 15**

Câu 28. Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 5 \cos t$ (m/s^2). Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc $2,5 m/s$. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong π (s) đầu tiên. **ĐS: 0**

Câu 29. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ và $F(2) = 2$. Tính $F(3)$. **ĐS: 12**

Câu 30. Biết rằng $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ được biểu diễn trong hình bên dưới.



Biết rằng diện tích các phân hình phẳng A và B lần lượt là $S_A = 5, S_B = 2$. Nếu $F(-2) = 1$ thì $F(1)$ bằng bao nhiêu? **ĐS: 4**

ĐÁP ÁN:

1A	2B	3A	4D	5C	6B	7D	8B	9B	10A
11C	12D	13B	14A	15B	16.SDSD	17.DSSD	18.DSSD	19.SDSD	20.SDSD

Chương V: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG-ĐƯỜNG THẲNG-MẶT CẦU

1. TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CHƯƠNG V

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_2 = (2; -1; 2)$. B. $\vec{n}_4 = (3; 2; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 2; 2)$. D. $\vec{n}_1 = (3; 2; -1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x - 6y - 2z + 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_2 = (2; -3; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (-6; -2; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 2; 2)$. D. $\vec{n}_1 = (3; 2; -1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$. B. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 2; 1)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (5; 2; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $5x + 2y - 3z - 17 = 0$. B. $2x + 2y + z - 11 = 0$. C. $5x + 2y - 3z - 11 = 0$. D. $2x + 2y + z - 17 = 0$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z - 2 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc (α) ?

A. $Q(1; -2; 2)$. B. $N(1; -1; -1)$. C. $P(2; -1; -1)$. D. $M(1; 1; -1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 2; 1)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (5; 2; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $5x + 2y - 3z - 17 = 0$. B. $2x + 2y + z - 11 = 0$. C. $5x + 2y - 3z - 11 = 0$. D. $2x + 2y + z - 17 = 0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z - 2 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc (α) ?

A. $Q(1; -2; 2)$. B. $N(1; -1; -1)$. C. $P(2; -1; -1)$. D. $M(1; 1; -1)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-1}{3}$. Một vector chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

A. $(-1; 1; 3)$. B. $(2; -4; 1)$. C. $(1; 1; 3)$. D. $(2; 4; 1)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-1}{3}$. Một vector chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là

A. $(1; -1; -3)$. B. $(2; -4; 1)$. C. $(1; 1; 3)$. D. $(2; 4; 1)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$. B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$. C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. D. $x - 2y - 3z + 6 = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{3}$. Vector nào dưới đây là vector chỉ phương của đường thẳng d

A. $\vec{u} = (1; 3; -2)$. B. $\vec{u} = (2; 5; 3)$. C. $\vec{u} = (2; -5; 3)$. D. $\vec{u} = (1; 3; 2)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -2; 1)$, $N(0; 1; 3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$. C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 1)$, $N(1; 2; 3)$. Phương trình đường thẳng MN là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t, t \in \mathbb{R} \\ z=-1+3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t, t \in \mathbb{R} \\ z=3-t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=-2-2t, t \in \mathbb{R} \\ z=-3-t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2, t \in \mathbb{R} \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(3; -2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): -x + 2y - 2z + 1 = 0$ là

A. $\begin{cases} x=3-1t \\ y=-2+2t, t \in \mathbb{R} \\ z=1-2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2-2t, t \in \mathbb{R} \\ z=2-t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-3-1t \\ y=2+2t, t \in \mathbb{R} \\ z=-1-2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=3-1t \\ y=2-2t, t \in \mathbb{R} \\ z=1-2t \end{cases}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; 4; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 2024 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+7}{-2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-7}{-2}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-7}{-7}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 1)$, $N(1; 2; 3)$. Phương trình đường thẳng MN là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t, t \in \mathbb{R} \\ z=-1+3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t, t \in \mathbb{R} \\ z=3-t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=-2-2t, t \in \mathbb{R} \\ z=-3-t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2, t \in \mathbb{R} \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(3; -2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): -x + 2y - 2z + 1 = 0$ là

A. $\begin{cases} x=3-1t \\ y=-2+2t, t \in \mathbb{R} \\ z=1-2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2-2t, t \in \mathbb{R} \\ z=2-t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-3-1t \\ y=2+2t, t \in \mathbb{R} \\ z=-1-2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=3-1t \\ y=2-2t, t \in \mathbb{R} \\ z=1-2t \end{cases}$.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Tính góc giữa mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng (P) có phương trình $(P): x + z + 1 = 0$.

A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng có phương trình

$$d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1} \text{ và } d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{1}$$

Khi đó cosin góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x+2y-z=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 150° . D. 120° .

Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z-1=0$ và

$(\beta): x+2y-2z-3=0$. Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng:

- A. $\frac{4}{9}$. B. $-\frac{4}{9}$. C. $\frac{4}{3\sqrt{3}}$. D. $-\frac{4}{3\sqrt{3}}$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2-2t \\ y=4t \\ z=-3+6t \end{cases}$ và

$$d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3t \end{cases}. \text{ Khẳng định nào sau đây đúng?}$$

- A. d_1 và d_2 chéo nhau. B. $d_1 \equiv d_2$. C. $d_1 \perp d_2$. D. $d_1 \parallel d_2$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2024}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2025}{-2}$ và mặt phẳng

$(P): 2x+2y-z+1=0$. Tính góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

- A. 64° . B. 63° . C. 62° . D. 65° .

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Tính góc giữa mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng (P)

có phương trình $(P): x+z+1=0$.

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng có phương trình

$$d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1} \text{ và } d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{1}$$

Khi đó cosin góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x + 2y - z = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 150° . D. 120° .

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+24}{3} = \frac{y-25}{4} = \frac{z}{-5}$ và $\Delta_2: \frac{x-26}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$.

Góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

- A. 81° . B. 82° . C. 62° . D. 83° .

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$

. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

- A. $I(1;-2;3); R = 5$. B. $I(-1;2;-3); R = 5$. C. $I(1;-2;3); R = 25$. D.

$I(-1;2;-3); R = 25$.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-2)$ và $B(5;4;4)$. Phương trình

mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x+3)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 17$. B. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 17$.
C. $(x+3)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{17}$. D. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{17}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $I(2;1;0)$ và $A(1;2;3)$. Mặt cầu (S)

tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \sqrt{11}$. B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \sqrt{11}$.
C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 11$. D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 11$.

Câu 31. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(1;-1;7)$ là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 25$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 5$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 6 = 0$. Phương trình

mặt phẳng (Q) đối xứng với (P) qua gốc tọa độ O là

A. $(Q): -x - y + z - 6 = 0$. **B.** $(Q): x + y - z - 6 = 0$. **C.** $(Q): x + y + z - 6 = 0$. **D.** $(Q): x - y - z + 6 = 0$.

Câu 33. Cho ba điểm $A(3;0;0), B(0;-6;0), C(0;2;-3)$. Tính khoảng cách d từ trọng tâm G của tam giác ABC đến mặt phẳng (Oxy) .

A. $d = 2$. **B.** $d = 3$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = 4$.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(1;-2;3); R = 5$. **B.** $I(-1;2;-3); R = 5$. **C.** $I(1;-2;3); R = 25$. **D.** $I(-1;2;-3); R = 25$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-2)$ và $B(5;4;4)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+3)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 17$. **B.** $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 17$.
C. $(x+3)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{17}$. **D.** $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{17}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $I(2;1;0)$ và $A(1;2;3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \sqrt{11}$. **B.** $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \sqrt{11}$.
C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 11$. **D.** $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 11$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
D	A	D	C	B	C	B	A	A	A	C	C	B	A	B	B	A	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
A	B	A	B	B	B	A	B	B	A	B	C	A	B	C	A	B	C

2. PHẦN ĐÚNG SAI-TRẢ LỜI NGẮN

ĐÚNG SAI - MẶT PHẪNG

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 2025 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; -1)$.
 b) Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 2; 0)$.
 c) Một vectơ pháp tuyến của (P) cùng phương với vectơ $\vec{m} = (-4; -4; 2)$.

d) Điểm $M(0;0;2024)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Điểm $M(-1;-1;-1)$ không thuộc mặt phẳng (P) . b) Điểm $N(1;1;1)$ thuộc mặt phẳng (P) .

c) Điểm $K(-3;0;0)$ không thuộc mặt phẳng (P) . d) Điểm $Q(0;0;-3)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Dạng 2: Hai mặt phẳng song song, vuông góc; khoảng cách một điểm đến mặt phẳng

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;0)$ và các mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) , (Oxz) .

Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $d(M, (Oxz)) = 2$.

b) $d(M, (Oyz)) = 1$.

c) $d(M, (Oxy)) = 1$.

d) $d(M, (Oxz)) > d(M, (Oyz))$.

Câu 4. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (Q) bằng 1. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $x + y + z - 3 = 0$.

b) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2x + y + 2z - 3 = 0$.

c) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2x + y - 2z + 6 = 0$.

d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $x + 1 = 0$.

Dùng công thức khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng, sau đó tính khoảng cách lần lượt trong mỗi trường hợp và chọn đáp án đúng và sai.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; 2; -2)$.

b) Mặt phẳng (Q) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_P = (3; 6; -6)$.

c) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) mặt phẳng (P) bằng 1.

d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $N(0;1;0)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 9 = 0$, $(Q): 4x - 2y - 4z - 6 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) mặt phẳng (P) bằng 3.

b) Khoảng cách điểm N đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{1}{2}$.

c) Điểm O không thuộc mặt phẳng (Q) .

d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6
DDDS	DDDS	DDSD	SDDSD	DDSD	DSDS

TRẢ LỜI NGẮN- MẶT PHẪNG

Dạng 1: Viết phương trình tổng quát mặt phẳng khi biết một điểm thuộc mặt phẳng và một vector pháp tuyến hoặc hai vector chỉ phương

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tổng quát mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với giá của vector $\vec{a} = (1;-1;2)$ có dạng $x + by + cz + d = 0$. Tính $b + c + d$.

Trả lời: $b + c + d = -1 + 2 + (-12) = -11$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vector chỉ phương $\vec{a} = (-2;-3;8)$, $\vec{b} = (-1;0;6)$. Biết phương trình của (P) có dạng: $18x + by + cz + d = 0$. Tính $b + c + d$.

Trả lời: $b + c + d = -4 + 3 + (-12) = -13$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $C(1;0;2)$, $D(1;1;1)$. Mặt phẳng (α) đi qua $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, (α) song song với đường thẳng CD . Biết phương trình của (P) có dạng: $2x + by + cz + d = 0$. Tính $b + c + d$.

Trả lời: $b + c + d = 1 + 1 + (-3) = -1$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng qua M và song song với (P) . Biết phương trình của (Q) có dạng: $3x + by + cz + d = 0$. Tính $b + c + d$.

Trả lời: $b + c + d = -2 + 1 + (-1) = -2$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$. Biết phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $2x + by + cz + d = 0$. Tính $b + c + d$.

Trả lời: $b + c + d = -3 + 6 + 0 = 3$.

Dạng 2: Viết phương trình tổng quát mặt phẳng khi biết một vector pháp tuyến hoặc hai vector chỉ phương mà không biết điểm thuộc mặt phẳng

Câu 6. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, Gọi (α) là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x + y - z = 0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Biết phương trình của (α) có dạng $x + by + cz + d = 0$. Tính $b + c + d$.

Trả lời: $b + c + d = 1 + (-1) + 6 = 6$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với (Q_1) và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) . Biết phương trình của (P) có dạng: $3x + by + cz + d = 0$. Tính $b + c + d$.

Trả lời: $b + c + d = -1 + 4 + 5 = 8$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, gọi (γ) là mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng $4x - y - 2z - 3 = 0$, $4x - y - 2z - 5 = 0$. Biết phương trình của (γ) có dạng: $4x + by + cz + d = 0$. Tính $b + c + d$.

Trả lời: $b + c + d = -1 + (-2) + (-4) = -7$.

Dạng 3: Viết phương trình tổng quát mặt phẳng khi biết điểm thuộc mặt phẳng và không biết vector pháp tuyến hoặc không biết hai vector chỉ phương

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Gọi (P) là mặt phẳng qua O , vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + z = 0$ và cách điểm $M(1; 2; -1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$. Biết (P) có hai phương trình dạng $x + by + cz + d = 0$ và dạng $5x + ey + fz + g = 0$. Tính $b + c + d + e + f + g$.

Trả lời: $b + c + d + e + f + g = 0 + (-1) + 0 + (-8) + 3 + 0 = -6$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(-1; 1; 0), N(0; 0; -2), I(1; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng qua A và B , đồng thời khoảng cách từ I đến (P) bằng $\sqrt{3}$. Biết (P) có hai phương trình dạng $x + by + cz + d = 0$ và dạng $7x + ey + fz + g = 0$. Tính $b + c + d + e + f + g$.

Trả lời: $b + c + d + e + f + g = (-1) + 1 + 2 + 5 + 1 + 2 = 10$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; -1; 2), B(1; 3; 0), C(-3; 4; 1), D(1; 2; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P) . Biết (P) có hai phương trình dạng $x + by + cz + d = 0$ và dạng $x + ey + fz + g = 0$. Tính $b + c + d + e + f + g$.

Trả lời: $b + c + d + e + f + g = 2 + 4 + (-7) + 1 + 2 + (-4) = -2$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 3), B(0; -1; 2), C(1; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và gốc tọa độ O sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng khoảng cách từ

C đến (P). Biết (P) có hai phương trình dạng $3x+by+cz+d=0$ và dạng $2x+ey+fz+g=0$. Tính $b+c+d+e+f+g$.

Trả lời: $b+c+d+e+f+g=-2$.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng (P): $x-2y+2z+1=0$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A, vuông góc với mặt phẳng (P), cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB=2IC$. Biết (α) có hai phương trình dạng $2x+by+cz+d=0$ và dạng $2x+ey+fz+g=0$. Tính $b+c+d+e+f+g$.

Trả lời: $b+c+d+e+f+g=-4$.

Dạng 4: Một số dạng khác

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng (P): $2x-y-z+4=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$ và M có hoành độ nguyên. Biết $OM=a\sqrt{b}$. Tính $a+b$ với b là số nguyên tố và a là số nguyên.

Trả lời: $a+b=2+2=4$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$. Biết phương trình của (P) có dạng: $4x+by+cz+d=0$. Tính $b+c+d$.

Trả lời: $b+c+d=2+1+(-8)=-5$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Biết thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b > 0$. Tính $a+b$.

Trả lời: $a+b=81+2=83$.

PHẦN ĐÚNG SAI - ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=-2+t \end{cases}$$
. Khi đó:

a) Đường thẳng Δ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;1)$.

b) Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

c) Δ đi qua điểm $K(-3;4;-5)$.

d) Δ vuông góc với trục Oy .

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{4}$. Khi đó:

a) Đường thẳng Δ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -3; -4)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng Δ là
$$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 4t \end{cases}$$

c) Δ đi qua điểm $K(1; -2; -4)$.

d) Sin của góc tạo bởi Δ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 2025 = 0$ bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Khi đó:

a) Đường thẳng Δ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{h} = (1; 2; 1)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng Δ là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$$

c) Góc tạo bởi Δ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 2025 = 0$ bằng 30° .

d) Cosin của góc tạo bởi đường thẳng Δ và trục Oy bằng $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; -3; 1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5; 6; -4)$. Khi đó:

a) Phương trình tham số của đường thẳng Δ là
$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = -3 + 6t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$$

b) Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\frac{x-2}{5} = \frac{y+3}{6} = \frac{z-1}{-4}$

c) Điểm $N(7; 3; 0)$ thuộc Δ .

d) Δ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (-10; -12; 8)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(0; 4; 7)$. Khi đó:

a) Δ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -5; -5)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng Δ là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 5t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$$

c) Cosin của góc tạo bởi đường thẳng Δ và trục Oz bằng $\frac{1}{\sqrt{51}}$.

d) Sin của góc tạo bởi đường thẳng Δ và mặt phẳng (Oxz) bằng $\frac{4}{\sqrt{51}}$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5
DDDS	DDDS	SDDS	DDSD	DDSS

TRẢ LỜI NGẮN - ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{4}$.

Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và Δ có dạng: $ax + by + z + c = 0$. Tính giá trị của $a + b + c$. **ĐS: -2.**

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1; 2; 3)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (2; 1; 5)$. Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5; a; b)$ thì giá trị của biểu thức b^a bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). **ĐS: -0,1.**

Câu 3: Một phần mềm mô phỏng vận động viên tập bắn bia mục tiêu có kích thước nhỏ ($42 \times 42 \text{cm}$) bằng súng tiểu liên AK trong không gian $Oxyz$. Cho biết vận động viên đó sử dụng thước ngắm 3 và đứng cách xa bia mục tiêu là 100m , trục d của nòng súng và cọc đỡ bia d' lần lượt có phương trình

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 + 3t' \end{cases}. \text{ Để bắn trúng hồng tâm (điểm } 10) \text{ thì vận động viên phải ngắm}$$

bắn vào điểm $N(a; b; c) \in d'$ và cách giao điểm của d và d' một khoảng 6cm . Khi $c < 0$, tính giá trị biểu thức $a - b + c$. **ĐS -5.**

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(1;1;3)$, nằm trong

$$\text{mặt phẳng } (P): x+2y+z-6=0 \text{ và cắt đường thẳng } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2} \text{ có dạng } \begin{cases} x=1+at \\ y=1 \\ z=3+bt \end{cases}.$$

Tính giá trị của biểu thức $M = 2024a - b$. **ĐS:** $M = 2025$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+(m+1)y-2z+m=0$ và

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2} \text{ với } m \text{ là một tham số thực. Có bao nhiêu giá trị thực của } m \text{ để } d \text{ thuộc}$$

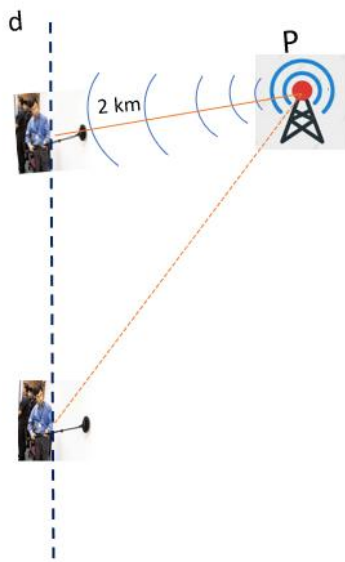
mặt phẳng (P) ? **ĐS:** 0

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng song song với mặt phẳng

$$(P): 2x - y - z + 3 = 0, \text{ đồng thời tạo với đường thẳng } \Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2} \text{ một góc } 90^\circ. \text{ Một}$$

véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (a; b; c)$. Tính $Q = \frac{a}{b}$. **ĐS:** $Q = \frac{4}{5}$

Câu 7: Một máy phát tín hiệu P được đặt cố định ở một địa điểm và ta có thể nhận được tín hiệu của máy phát này trong phạm vi của một mặt cầu với bán kính R của nó. Một người cầm máy dò tín hiệu A chuyển động trên đường thẳng d (như Hình 4)



Nếu chọn điểm đặt máy phát tín hiệu P là gốc tọa độ O của hệ trục tọa độ $Oxyz$ thì máy dò A di chuyển theo đường thẳng có phương trình

$$\begin{cases} x=5-t \\ y=5-t \\ z=7-2t \end{cases} \text{ (trong đó } t(h) \text{ là thời gian chuyển động).}$$

Mặt cầu giới hạn phạm vi nhận tín hiệu của máy dò A tại thời điểm nó gần máy phát tín hiệu P nhất có tâm $I(a;b;c)$. Tính $P = a + b + c$. **ĐS : p = 1.**

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(-2;-7;6)$ và đường thẳng

$(\Delta): \frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}$. Biết điểm M thay đổi trên (Δ) sao cho $|MA-MB|$ đạt giá trị lớn

nhất. Giá trị lớn nhất của $|MA-MB|$ là số thực có dạng $\sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, (a, b) = 1$). Tính

$A = a + b$. **ĐS: A = 100.**

PHẦN ĐÚNG SAI - MẶT CẦU

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$. Cho biết tính đúng, sai của các khẳng định sau.

a) (S) có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R = 3$.

b) (S) đi qua gốc tọa độ O .

c) Điểm $M(1;-2;4)$ nằm trong mặt cầu (S) .

d) (S) cắt trục Oz tại các điểm có tọa độ $(0;0;2)$ và $(0;0;-2)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$ và điểm $M(-1;-3;-2)$.

a) Mặt cầu (S) có tâm là $I(-1;-2;-3)$.

b) Khoảng cách từ tâm I đến điểm M là $IM = 2$.

c) Điểm M nằm trong mặt cầu (S) .

d) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $y - z + 5 = 0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với tọa độ các điểm $A(1;2;-4), B(3;-2;0)$ và mặt cầu $(S'): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(2;0;-2)$.

b) Phương trình mặt cầu $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

c) Điểm $M(0;1;-5)$ nằm trong mặt cầu (S) .

d) Mặt cầu (S') có cùng bán kính với mặt cầu (S).

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2-5), B(-3;0;1)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Trung điểm của AB là $I(-1;1;2)$.

b) Phương trình mặt cầu, nhận AB làm đường kính là $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 14$.

c) Phương trình mặt cầu tâm A và đi qua điểm B là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 10z - 14 = 0$.

d) Mặt cầu (S) có tâm thuộc Ox và đi qua 2 điểm A, B có bán kính bằng $5\sqrt{5}$.

Câu 5. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Trong không gian ($Oxyz$), cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-1;2)$.

b) Mặt cầu (S) có bán kính bằng 4.

c) Mặt cầu (C): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$ có bán kính lớn hơn bán kính của mặt cầu (S).

d) Giao tuyến của mặt phẳng (α): $2x + y - z - 1 = 0$ và mặt cầu (S) là đường tròn có bán kính bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-4)$ và $B(4;-1;0)$ Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng cách giữa hai điểm A và B bằng 36.

b) Phương trình mặt cầu (S) đường kính AB có dạng: $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

c) Mặt cầu (S) đường kính AB tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 15 = 0$.

d) Giả sử đặt hai trạm thu phát sóng tại hai điểm A và B , với bán kính phủ sóng của mỗi trạm bằng bán kính mặt cầu (S) thì người sử dụng điện thoại tại điểm $M(2;1;-1)$ sử dụng được dịch vụ của trạm phát thu phát sóng.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + \frac{9}{2} = 0$ và hai điểm

$A(0;2;0), B(2;-6;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (S) thỏa mãn $\overline{MA} \cdot \overline{MB}$ có giá trị nhỏ nhất.

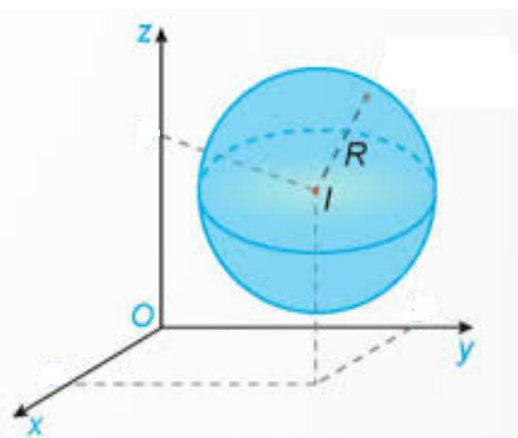
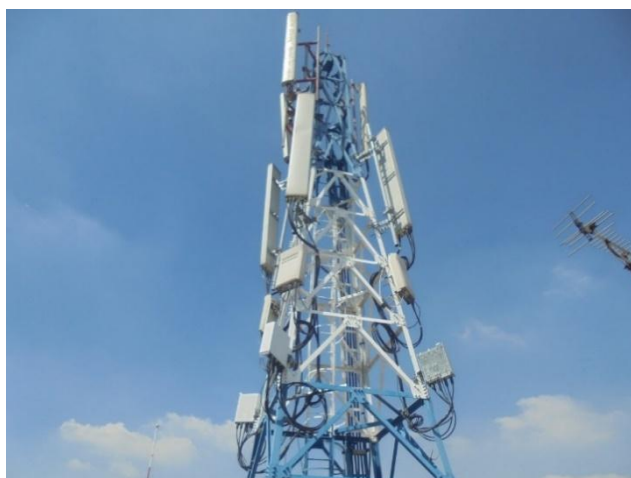
a) Tâm của mặt cầu (S) là $I(-1;2;1)$.

b) Điểm A nằm trong mặt cầu (S) .

c) Phương trình mặt cầu (S') tâm A đi qua điểm B là : $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 72$.

d) Tổng $a+b+c$ bằng 1.

Câu 8. Hình 1 mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí $I(1; 2; 2)$ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) và được thiết kế với đường kính phủ sóng là 10000 m.



Hình 1

a) Bán kính vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là 5 km.

b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới miền bên trong và bên ngoài vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 25$.

c) Điểm $A(1;2;6)$ nằm trong vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại.

d) Nhà bạn Mai và bạn Nam có vị trí tọa độ lần lượt là $M(1;2;7)$ và $N(5;5;5)$. Nếu cả hai bạn Mai và Nam dùng điện thoại tại nhà thì đều có thể sử dụng dịch vụ của trạm phát sóng điện thoại này.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2), B(3;2;-3)$

Mặt cầu (S) có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A, B . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Phương trình mặt cầu tâm A , bán kính $R=2$ là $x-1^2 + y-1^2 + z-2^2 = 4$.

b) Phương trình mặt cầu tâm A , đi qua B là $x-1^2 + y-1^2 + z-2^2 = 30$.

c) Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x-2^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(z+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{15}{4}$.

d) Mặt cầu (S) có bán kính bằng 4.

Câu 10. Cho $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 4z - 11 = 0$, $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) . Gọi I_1, I_2 lần lượt là tâm của mặt cầu $(S_1), (S_2)$.

a) Mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(1;3;2)$ bán kính $R = 25$.

b) Độ lớn đoạn thẳng $I_1I_2 = \sqrt{26}$.

c) Phương trình mặt phẳng chứa đường tròn (C) có phương trình là: $(P): 5y + z + 4 = 0$.

d) Lấy điểm $A \in (C)$ thuộc đường tròn (C) khi đó $S_{\Delta I_1 I_2} = \sqrt{209}$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DSSD	DSDS	DSSD	SDSS	SSDS	SDSD	DSDD	DDDS	DDSS	SDDS

TRẢ LỜI NGẮN – MẶT CẦU

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu S có tâm $I(1;0;2)$ và đi qua điểm $A(-1;1;3)$ có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Tính $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$.

Đáp số: 6.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu S có đường kính AB với $A(-1;2;-1)$ và $B(1;1;-2)$ có phương trình dạng $x - a^2 + y - b^2 + z - c^2 = R^2$. Tính $a + b + c + R^2$.

Đáp số: 1,5

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu S có tâm $I(2;0;24)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $P: 3x + 4y - z - 8 = 0$ có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Hỏi $d = ?$

Đáp số: 554

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$ và đi qua điểm $A(-1;1;2)$ có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + 2b + 3c - d$.

Đáp số: $P = 8$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\frac{1}{2}; -1; 1\right), B\left(2; 0; \frac{3}{2}\right)$. Phương trình của mặt cầu (S) có đường kính AB có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Biết giá trị của biểu thức $P = a + b + c + d$ là phân số $\frac{m}{n}$ tối giản, $m, n \in \mathbb{Z}^+$. Tính $m + n$.

Đáp số: 11.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 4 = 0$ có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = a - 2b + c - d$.

Đáp số: $P = -13$.

Câu 7. Trong không gian cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 4 = 0$. Thể tích của khối cầu (S) bằng ?

Đáp án: 36π

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 4; 3)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm A và cắt trục Ox tại B, C sao cho $BC = 6$ có bán kính bằng ?

Đáp án: $\sqrt{34}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$;

$d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{2}$. Mặt cầu (S) tiếp xúc với d_1 tại điểm có hoành độ bằng 1 và có tâm nằm trên đường thẳng d_2 . Phương trình mặt cầu (S) có dạng

$(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ khi đó $a+2b+3c$ bằng ?

Đáp án: -8.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(-2; 0; 0); B(0; -2; 0); C(0; 0; -2)$. D là điểm khác O sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc. $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tứ diện $ABCD$. Tính $S = a + b + c$.

Đáp số: -1.

Chương VI: MỘT SỐ YẾU TỐ VỀ XÁC SUẤT

I. KIẾN THỨC

1. Xác suất có điều kiện

+ Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu $P(A|B)$.

+ Cho hai biến cố A và B bất kì, với $P(B) > 0$. Khi đó: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$

+ Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A.B) = P(B).P(A|B)$

2. Công thức nhân xác suất.

+ Nếu A và B là hai biến cố bất kì thì $P(AB) = P(A).P(B|A) = P(B).P(A|B)$

Chú ý: Cho A và B là hai biến cố, với $P(B) > 0$. Khi đó,

$$\cdot P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$\cdot P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$$

$$\cdot P(AB) + P(A\bar{B}) = P(A)$$

$$\cdot P(AB) + P(\bar{A}B) = P(B)$$

• Nếu A và B là hai biến cố độc lập, với $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$ thì

$$P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$$

$$P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$$

3. Công thức xác suất toàn phần:

Cho hai biến cố A và B , ta có: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

4. Công thức Bayes:

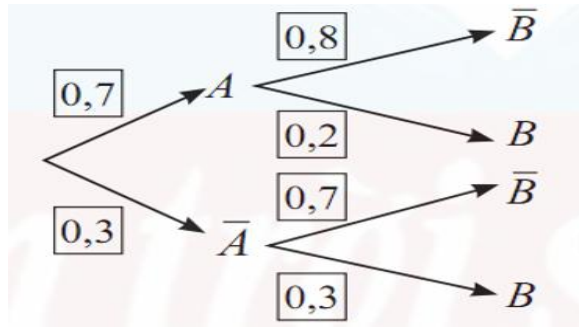
Cho hai biến cố A và B , với $P(B) > 0$, ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} \text{ hoặc } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$$

5. Sơ đồ hình cây:

- Xác suất của các nhánh trong sơ đồ hình cây từ đỉnh thứ hai là xác suất có điều kiện.
- Xác suất xảy ra của mỗi kết quả bằng tích các xác suất trên các nhánh của cây đi đến kết quả đó.

Ví dụ minh họa: Sơ đồ hình cây:



* Từ sơ đồ hình cây trên, ta có một số kết quả:

$$+ P(A) = 0,7 \quad ; \quad P(\bar{A}) = 0,3$$

$$+ P(\bar{B}|A) = 0,8 \quad ; \quad P(B|A) = 0,2$$

$$+ P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,7 \quad ; \quad P(B|\bar{A}) = 0,3$$

* Từ đó ta tính được:

$$+ P(A\bar{B}) = 0,7 \cdot 0,8 = 0,56 \quad ; \quad P(AB) = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14$$

$$+ P(\bar{A}\bar{B}) = 0,3 \cdot 0,7 = 0,21 \quad ; \quad P(\bar{A}B) = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$$

$$+ P(B) = 0,7 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,3 = 0,23 \quad ; \quad P(\bar{B}) = 0,7 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,7 = 0,77 = 1 - P(B)$$

II. BÀI TẬP

TRẮC NGHIỆM XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Câu 1. Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm. B là biến cố xuất hiện mặt chẵn.

Xác suất $P(A|B)$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 2. Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3; P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(A|B)$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 3. Cho hai biến độc lập A, B với $P(A) = 0,8; P(B) = 0,3$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng

A. 0,8.

B. 0,3.

C. 0,4.

D. 0,6.

Câu 4. Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,7; P(AB) = 0,3$. Tính $P(A|B)$

A. $\frac{3}{7}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{6}{7}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Câu 5. Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,8; P(A|B) = 0,5$. Tính $P(AB)$

A. $\frac{3}{7}$.

B. 0,4

C. 0,8.

D. 0,5.

Câu 6. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024; P(B) = 0,2025$.

Tính $P(A|B)$.

A. 0,7976.

B. 0,7975.

C. 0,2025.

D. 0,2024.

Câu 7. Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,8$; $P(B)=0,65$; $P(A \cap \bar{B})=0,55$.

Tính $P(A \cap B)$.

- A. 0,25. B. 0,1. C. 0,15. D. 0,35.

Câu 8. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A)=0,2024$, $P(B)=0,2025$. Tính

$P(A|B)$.

- A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. D. 0,2024.

Câu 9. Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,8$, $P(B)=0,65$, $P(A \cap \bar{B})=0,55$. Tính $P(A \cap B)$.

- A. 0,25. B. 0,1. C. 0,15. D. 0,35.

Câu 10. Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,6$, $P(B)=0,7$, $P(A \cap B)=0,3$. Tính $P(\bar{B}|A)$.

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 11. Một lớp có 95 sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kỳ thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tìm xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ?

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{11}{23}$ C. $\frac{12}{23}$ D. $\frac{11}{19}$

Câu 12. Từ một hộp có 4 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn An lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét biến cố A là “thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số 3”. Số các kết quả thuận lợi của biến cố A là

- A. 3. B. 2 C. 4. D. 1.

Câu 13. Một mảnh đất chia thành hai khu vườn. Khu A có 150 cây ăn quả, khu B có 200 cây ăn quả. Trong đó, số cây Táo ở khu A và khu B lần lượt là 50 cây và 100 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây Táo, biết rằng cây đó ở khu B, là :

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 14. Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi và không trả lại bi được bốc vào hộp. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ là

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 15. Gieo hai con xúc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

- A. $\frac{2}{6}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{5}{6}$

Câu 16. Khảo sát về sở thích uống trà sữa của 200 em học sinh theo giới tính và loại trà sữa ta được bảng số liệu sau:

Loại trà	Nam	Nữ
Matcha	40	50
Hồng trà	30	80

Chọn ngẫu nhiên một bạn học sinh. Nếu đã chọn được một bạn nữ thì xác suất để bạn nữ thích uống vị hồng trà là bao nhiêu?

- A. $\frac{8}{13}$. B. $\frac{5}{8}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 17. Lớp 12A có 45 học sinh gồm 25 nam và 20 nữ. Trong kì kiểm tra cuối kì 2 môn Toán có 15 học sinh đạt điểm giỏi trong đó có 8 nam và 7 nữ. Gọi tên ngẫu nhiên một học sinh trong danh sách lớp. Tìm xác suất để gọi được học sinh đạt điểm giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó là nữ.

- A. $\frac{7}{20}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{8}{25}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 18. Chọn ngẫu nhiên một gia đình có 3 người con. Tính xác suất để gia đình này có hai trai, một gái biết rằng gia đình có con gái.

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{4}$.

ĐÁP SỐ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	B	A	A	B	D	A	D	A	B	A	A	A	A	C	A	A	B

CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN–CÔNG THỨC BAYES

Câu 1. Cho A, B là hai biến cố. Công thức xác suất toàn phần nào sau đây đúng?

- A. $P(A) = P(A).P(A|B) + P(\bar{A}).P(A|\bar{B})$
 B. $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.
 C. $P(A) = P(A).P(\bar{A}|B) + P(\bar{A}).P(A|\bar{B})$.
 D. $P(B) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

Câu 2. Cho 2 biến cố A và B , tìm $P(A)$ biết $P(A|B) = 0,8$; $P(A|\bar{B}) = 0,3$; $P(B) = 0,4$.

- A. 0,1. B. 0,5. C. 0,04. D. 0,55.

Câu 3. Cho 2 biến cố A và B biết $P(A|B) = 0,08$; $P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,63$; $P(B) = 0,03$. Khi đó xác suất xảy ra biến cố A là bao nhiêu?

- A. 0,112. B. 0,5231. C. 0,3613. D. 0,063.

Câu 4. Cho hai biến cố A và B với $0 < P(B) < 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$.
 B. $P(A) = P(A)P(A|B) + P(\bar{A})P(A|\bar{B})$.
 C. $P(A) = P(B)P(A|\bar{B}) + P(\bar{B})P(A|B)$.
 D. $P(A) = P(B)P(A|B) - P(\bar{B})P(A|\bar{B})$.

Câu 5. Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(A)P(B|A)}$.

B. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$.

C. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$.

D. $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$.

Câu 6. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(\bar{B}) = 0,2; P(A|B) = 0,5; P(A|\bar{B}) = 0,3$. Khi đó, $P(A)$ bằng

A. 0,46. **B.** 0,34. **C.** 0,15. **D.** 0,31.

Câu 7. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(A|B) = 0,5; P(A|\bar{B}) = 0,1$. Khi đó, $P(B)$ bằng

A. 0,9. **B.** 0,25. **C.** 0,2. **D.** 0,75.

Câu 8. Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6, P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Khi đó, $P(A)$ bằng

A. 0,7. **B.** 0,4. **C.** 0,58. **D.** 0,52.

Câu 9. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4, P(B) = 0,3, P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

A. 0,1875. **B.** 0,48. **C.** 0,333. **D.** 0,95.

Câu 10. Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P(B|A) = \frac{P(B) + P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$.

B. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) - P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$.

C. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|\bar{B}) + P(\bar{B})P(A|B)}$.

D. $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$.

Câu 11. Cho hai biến cố A và B . Biết $P(B) = 0,01; P(A|B) = 0,7; P(A|\bar{B}) = 0,09$. Khi đó $P(A)$ bằng

A. 0,0079. **B.** 0,0961. **C.** 0,0916. **D.** 0,0970.

Câu 12. Cho hai biến cố A và B với $P(B) = 0,8, P(A|B) = 0,7, P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(A)$.

A. 0,25. **B.** 0,65. **C.** 0,55. **D.** 0,5.

Câu 13. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,2, P(B) = 0,26, P(B|A) = 0,7$. Tính $P(A|B)$.

- A. $\frac{7}{13}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{9}{13}$.

Câu 14. Cho hai biến cố A và B , với $P(B)=0,8$, $P(A|B)=0,7$, $P(A|\bar{B})=0,45$. Tính $P(B|A)$.

- A. 0,25. B. $\frac{56}{65}$. C. 0,65. D. 0,5.

Câu 15. Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,2$, $P(B|A)=0,7$, $P(B|\bar{A})=0,15$. Tính $P(A|B)$.

- A. $\frac{7}{13}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{9}{13}$.

Câu 16. Cho A , B là hai biến cố. Biết $P(B)=0,2$. Nếu B không xảy ra thì tỉ lệ A xảy ra là 2%. Nếu B xảy ra thì tỉ lệ A xảy ra 4%. Xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

- A. 0,018. B. 0,036. C. 0,028. D. 0,024.

Câu 17. Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất 35%, máy II sản xuất 65% tổng sản lượng. Tỉ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là 0,3% và 0,7%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm?

- A. 0,0056. B. 0,0065. C. 0,065. D. 0,056.

Câu 18. Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất 35%, máy II sản xuất 65% tổng sản lượng. Tỉ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là 0,3% và 0,7%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm do máy I sản xuất?

- A. 0,0056. B. 0,1875. C. 0,1785. D. 0,1587.

Câu 19. Người ta khảo sát khả năng chơi nhạc cụ của một nhóm học sinh tại trường X. Nhóm này có 70% học sinh là nam. Kết quả khảo sát cho thấy có 30% học sinh nam và 15% học sinh nữ biết chơi ít nhất một nhạc cụ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm này. Tính xác suất để chọn được học sinh biết chơi ít nhất một nhạc cụ.

- A. 0,45. B. 0,35. C. 0,255. D. 0,128.

Câu 20. Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có 25% cư dân hút thuốc lá. Tỉ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là 60% và 25%. Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là bao nhiêu?

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{8}{9}$.

Câu 21. Người ta điều tra thấy ở một địa phương nọ có 3% tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe. Người ta nhận thấy khi tài xế lái xe gây ra tai nạn thì có 21% là do tài xế sử dụng điện thoại. Hỏi việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?

- A. 3. B. 7. C. 5. D. 6.

Câu 22. Cho hai biến cố A và B sao cho $P(A)=0,6$; $P(B)=0,4$; $P(A|B)=0,3$. Khi đó $P(B|A)$ bằng?

- A. 0,2. B. 0,3. C. 0,4. D. 0,6.

Câu 23. Một công ty may có hai chi nhánh cùng sản xuất một loại áo, trong đó có 56% áo ở chi nhánh I và 44% áo ở chi nhánh II. Tại chi nhánh I có 75% áo chất lượng cao và tại chi nhánh II có 68% áo chất lượng cao (kích thước và hình dáng bề ngoài của các áo là như nhau). Chọn ngẫu nhiên 1 áo. Xác suất chọn được áo chất lượng cao là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

- A. 0,72. B. 0,35. C. 0,82. D. 0,55.

Câu 24. Được biết có 5% đàn ông bị mù màu, và 0,25% phụ nữ bị mù màu (Nguồn: F. M. Dekking et al., *A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how*, Springer, 2005). Giả sử số đàn ông bằng số phụ nữ. Chọn một người bị mù màu. Xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu?

- A. $\frac{19}{21}$. B. $\frac{20}{21}$. C. $\frac{24}{25}$. D. $\frac{18}{25}$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	B	C	A	A	A	D	C	A	D	B	B	A	B	A	D	A	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
C	A	B	A	A	B												

ĐÚNG SAI- XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Câu 1. Cho hai biến cố A và B , với $P(\bar{A})=0,4$, $P(B)=0,7$, $P(A \cap B)=0,3$.

- a) $P(A)=0,6$ và $P(\bar{B})=0,3$. b) $P(A|B)=\frac{2}{3}$ c) $P(\bar{B}|A)=\frac{1}{3}$ d) $P(\bar{A} \cap B)=\frac{3}{5}$

Câu 2. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố: “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn”, B là biến cố: “Có đúng một con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm”. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

- a) $P(AB)=\frac{1}{6}$ b) $P(B)=\frac{11}{36}$ c) $P(A|B)=\frac{5}{6}$ d) $P(\bar{A}|B)=\frac{4}{11}$

Câu 3. Trong một hộp có 8 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ, các viên bi cùng kích thước và cùng khối lượng. Bạn Hùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp, không trả lại. Sau đó bạn Nam lấy ngẫu nhiên một viên bi trong số các bi còn lại trong hộp. Gọi A là biến cố: “Hùng lấy được viên bi màu đỏ”, B là biến cố: “Nam lấy được viên bi màu xanh”. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

- a) Với Ω là không gian mẫu. $n(\Omega)=196$. b) $P(B)=\frac{8}{13}$ c) $P(AB)=\frac{24}{91}$ d) $P(A|B)=\frac{6}{13}$

Câu 4. Một hộp đựng 10 quả cầu đỏ và 8 quả cầu xanh cùng kích thước và khối lượng. Hùng lấy một quả không hoàn lại. Sau đó Lâm lấy ngẫu nhiên một quả cầu. Gọi A là biến cố “Hùng lấy được quả cầu đỏ”, B là biến cố “Lâm lấy được một quả cầu đỏ”.

- a) $P(A)$ bằng $\frac{5}{9}$. b) $P(B|A)$ bằng $\frac{9}{17}$. c) $P(AB)$ bằng $\frac{4}{17}$. d) $P(B|\bar{A})$ bằng $\frac{10}{17}$.

Câu 5. Một công ty đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu các dự án lần lượt là 0,4 và 0,5. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 0,3. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

- a) Hai biến cố A và B độc lập.
 b) Biết công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là : 0,75
 c) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là : $\frac{2}{3}$
 d) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là : 0,3

Câu 6. Một hộp chứa 4 quả bóng màu đỏ và 6 quả bóng màu xanh. Lấy từ hộp hai lần liên tiếp mỗi lần 1 quả bóng. Gọi A là biến cố “Lần 2 lấy được quả màu xanh”; B là biến cố “Lần 1 lấy được quả bóng màu đỏ”. Khi đó

a) Xác suất xảy ra biến cố B là: $P(B) = \frac{2}{5}$.

b) Xác suất xảy ra biến cố A khi B xảy ra là: $P(A|B) = \frac{3}{5}$.

c) Xác suất xảy ra biến cố A khi B không xảy ra là: $P(A|\bar{B}) = \frac{5}{9}$.

d) Xác suất xảy ra cả biến cố A và B là: $P(AB) = \frac{4}{15}$.

ĐÚNG SAI CÔNG THỨC XS TOÀN PHẦN–CÔNG THỨC BAYES

Câu 7. Cho A và B là hai biến cố của cùng phép thử, biết rằng $P(B) = 0,3$, $P(A|B) = 0,01$ và $P(A|\bar{B}) = 0,02$.

a) $P(\bar{B}) = 0,07$.

b) Công thức xác suất đầy đủ là $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$.

c) Công thức xác suất đầy đủ là $P(A) = P(\bar{B})P(A|B) + P(B)P(A|\bar{B})$.

d) $P(A) = 0,017$.

Câu 8. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi vàng, 3 viên bi xanh. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi vàng, 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lấy ra 2 viên bi bất kỳ từ hộp thứ hai.

a) Xác suất để lấy được bi xanh từ hộp thứ nhất là $\frac{3}{8}$.

b) Xác suất để lấy được bi vàng từ hộp thứ nhất là $\frac{5}{7}$.

c) Biết rằng lấy được bi màu xanh từ hộp thứ nhất. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu từ hộp thứ hai là $\frac{9}{13}$.

d) Xác suất để lấy được 2 bi vàng từ hộp thứ hai là $\frac{5}{32}$.

Câu 9: Bạn Ngọc phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là 0,8. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là 0,9. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là 0,5. Xét các biến cố sau:

Gọi A là biến cố “Thí nghiệm thứ nhất thành công”.

Gọi B là biến cố “Thí nghiệm thứ hai thành công”.

a) $P(B|A) = 0,9$. b) $P(\bar{B}|A) = 0,5$. c) $P(AB) = 0,72$. d) $P(\bar{A}\bar{B}) = 0,1$.

Câu 10. Chạy Marathon là môn thể thao mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195 km trong khoảng thời gian nhất định. FM sub 4 là thành tích dành cho những người chơi hoàn thành quãng đường Marathon dưới 4 giờ.

Trong CLB AKR, tỷ lệ thành viên nam là 72%, tỷ lệ thành viên nữ là 28%. Đối với nam, tỷ lệ VĐV hoàn thành Marathon sub 4 là 32%; đối với nữ tỷ lệ VĐV hoàn thành sub 4 là 3%. Chọn ngẫu nhiên 1 thành viên từ CLB AKR:

a) Khi VĐV được chọn là nam, xác suất để VĐV này chưa hoàn thành sub 4 cự ly Marathon là 68%.

b) Xác suất để thành viên được chọn đã hoàn thành sub 4 là 22%.

c) Xác suất để thành viên được chọn là nữ đã hoàn thành sub 4 là 2%.

d) Biết rằng VĐV được chọn đã hoàn thành sub 4, xác suất để VĐV đó là nam bằng 96%.

Câu 11. Hộp thứ nhất có 1 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Các viên bi là khác nhau. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai.

a) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai là bi đỏ bằng $\frac{19}{45}$.

b) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\frac{1}{9}$.

c) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ bằng $\frac{14}{19}$.

d) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\frac{5}{19}$.

Câu 12. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ và tỷ lệ nhân viên nam mua bảo hiểm nhân thọ lần lượt là 7% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên của doanh nghiệp

a) Xác suất nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là 0,061.

b) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nam là $\frac{55}{118}$.

c) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nữ là $\frac{63}{118}$

d) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Khi đó nhân viên đó là nam nhiều hơn là nữ.

Câu 13. Một cửa hàng chỉ bán hai loại điện thoại là Samsung và Iphone. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Samsung là 75%. Trong số các khách hàng mua điện thoại Samsung thì có 60% mua kèm ốp điện thoại. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Iphone kèm ốp điện thoại trong số những khách hàng mua điện thoại Iphone là 30%.

a) Xác suất một khách hàng mua điện thoại Samsung là 0,75.

b) Xác suất để một khách hàng mua điện thoại Iphone là 0,15.

c) Xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua điện thoại Samsung là 0,6, xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua Iphone là 0,3.

d) Xác suất một khách hàng mua điện thoại kèm ốp là 0,525.

- Câu 14.** Một căn bệnh có 2% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chẩn đoán đúng 97%. Lấy một người đi kiểm tra.
- Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là 0,02.
 - Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: 0,99.
 - Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: 0,01.
 - Biết rằng đã có kết quả chẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là 0,25
- Câu 15.** Một chiếc hộp có 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu đỏ và 20 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 80% số viên bi màu đỏ đánh số và 60% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp.
- Xác suất để lấy được bi đánh số có màu vàng là 0,6.
 - Xác suất để lấy được bi không đánh số có màu đỏ là 0,8.
 - Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là 0,36.
 - Xác suất để lấy viên bi màu đỏ có đánh số là $\frac{2}{3}$.
- Câu 16:** Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.
- Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{5}{9}$
 - Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là 0,45
 - Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\frac{103}{180}$
 - Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{48}{103}$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8
DSSS	DDSD	SSDD	DDSD	SDSD	DSDD	SDSD	DSDS
9	10	11	12	13	14	15	16
DSDD	DSSD	DSDS	SDDS	DSDD	DDSS	DSSD	SDDD

TRẢ LỜI NGẮN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

- Câu 1.** Cho hai biến cố A, B có $P(B) = 0,6$; $P(A \cap B) = 0,2$. Biết xác suất $P(A|B) = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b > 0$. Tính $3a + 4b$. **ĐS: 15**

Câu 2. Cho hai biến cố A, B có xác suất $P(A) = 0,4; P(B) = 0,6; P(AB) = 0,2$. Xác suất

$$P(\bar{A}|B) = \frac{a}{b} \text{ với } \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản. Tính } M = a^2 + b^2. \text{ DS: } 13$$

Câu 3: Cho 2 biến cố A và B có $P(A) = 0,5; P(B) = 0,8; P(A|\bar{B}) = 0,6$. Tìm $P(A|B)$ **DS: 0,475**

Câu 4. Trong kì kiểm tra môn Toán của một trường THPT có 400 học sinh tham gia, trong đó có 190 học sinh nam và 210 học sinh nữ. Khi công bố kết quả của kì kiểm tra đó, có 100 học sinh đạt điểm giỏi, trong đó có 48 học sinh nam và 52 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong số 400 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). **DS: 0,25**.

Câu 5. Một nhóm có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn trong nhóm đi tưới cây. Tính xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất một bạn nam được chọn. (Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân). **DS: 0,33**

Câu 6: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). **DS: 0,24**

Câu 7: Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết, biết rằng đó là câu hỏi khó. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) **DS: 0,29**

Câu 8: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Minh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để bạn được gọi tên Minh, nhưng với điều kiện bạn đó là nam bằng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính giá trị biểu thức $T = a + b$. **DS** $T = 15$.

Câu 9: Trong một cuộc thi, thí sinh được phép thi 3 lần. Xác suất lần đầu vượt qua kì thi là 0,9. Nếu trượt lần đầu thì xác suất vượt qua kì thi lần hai là 0,7. Nếu trượt cả hai lần thì xác suất vượt qua kì thi ở lần ba là 0,3. Tính xác suất để thí sinh thi đậu. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) **DS** 0,98.

Câu 10. Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 51% số người mua bảo hiểm ô tô là nam, và có 33% số người mua bảo hiểm ô tô là nam trên 50 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là nam, tính xác suất người đó trên 50 tuổi (làm tròn đến hàng phần trăm). **DS: 0,65**.

TRẢ LỜI NGẮN-CT XS TOÀN PHẦN-CÔNG THỨC BAYES

Câu 11: Trong hội thảo, xác suất chọn được một người trình bày báo cáo bằng tiếng anh là 0,6. Xác suất để chọn một người trình bày là nữ là 0,4. Xác suất để chọn được một người trình bày báo cáo bằng tiếng anh biết người đó là nữ là 0,3. Tính xác suất để chọn được một người là nữ sao cho người đó có thể trình bày báo cáo bằng tiếng anh. **Trả lời:** 0,2

- Câu 12:** Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên. **Trả lời:** 0,56
- Câu 13.** Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). **Trả lời:** 0,53
- Câu 14.** Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 90% số viên bi màu đỏ được đánh số và 50% số viên bi màu vàng được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm) . **Trả lời:** 0,75.
- Câu 15.** Một lô linh kiện có chứa 40% linh kiện do nhà máy I sản xuất và 60% linh kiện do nhà máy II sản xuất. Biết tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là 3%, 4%. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Tính xác suất để linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm) . **Đáp số:** 0,96.
- Câu 16.** Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng. Hộp thứ hai có 6 quả bóng bàn màu trắng và 4 quả bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn ở hộp thứ hai ra. Tính xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai. **Đáp số:** 0,4
- Câu 17.** Trong một đợt nghiên cứu tỷ lệ ung thư do hút thuốc lá gây nên, người ta thấy rằng tại tỉnh Hà Nam tỉ lệ người dân của tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh ung thư trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất người đó nghiện thuốc lá là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)? **Đáp số:** 0,54
- Câu 18.** Một đội bắn súng gồm có 8 nam và 2 nữ. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ nam là 0,8 còn của các xạ thủ nữ là 0,9. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn một viên đạn và xạ thủ đó đã bắn trúng. Tính xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) để xạ thủ đó là nữ? **Đáp số:** 0,22
- Câu 19.** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng. **Đáp số:** 0,73
- Câu 20.** Một lớp học có số học sinh nữ chiếm 45% tổng số học sinh cả lớp. Cuối năm tổng kết, lớp học đó có tỉ lệ học sinh giỏi là nữ là 30%, học sinh giỏi là nam chiếm 40%. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn 1 học sinh của lớp để đại diện cho lớp lên nhận thưởng.
- Tính xác suất để học sinh được chọn là học sinh giỏi.
 - Biết rằng học sinh được chọn là học sinh giỏi. Tính xác suất để em đó là nữ.
- Chú ý: Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm. **Đáp số:** 0,38.

-Hết-