

### I. NỘI DUNG KIỂM TRA

Chương I: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số

Chương II: Phương pháp tọa độ trong không gian

Chương III. Các số đặc trưng của mẫu số liệu ghép nhóm

### II. CẤU TRÚC ĐỀ VÀ THỜI LƯỢNG:

+ Thời gian làm bài 90 phút.

+ Cấu trúc đề: gồm 3 phần.

Phần 1:(3 điểm) 12 câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án chọn lựa.

Phần 2:(4 điểm) 4 câu trả lời đúng, sai cho các khẳng định ở các ý: a);b);c);d).

Phần 3:(3 điểm) 6 câu trả lời ngắn.

### III. ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP

## ĐỀ 1

**PHẦN I. (3,0 điểm – 12 câu) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và có bảng xét dấu  $f'(x)$  như hình vẽ dưới đây. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau .

$x$	$-\infty$	$-5$	$-4$	$+\infty$		
$y'$		-	0	+	0	-

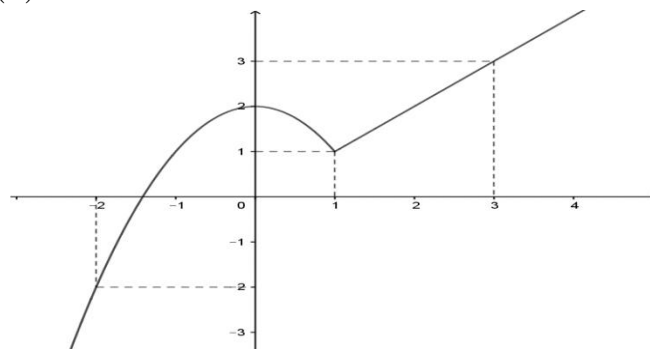
A.  $(-4; +\infty)$ .

B.  $(-5; -4)$ .

C.  $(-5; +\infty)$ .

D.  $(-\infty; -4)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây:



Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[-2, 3]$ ?

A.  $\min_{[-2,3]} f(x) = -2$  và  $\max_{[-2,3]} f(x) = 3$ .

B.  $\min_{[-2,3]} f(x) = -2$  và  $\max_{[-2,3]} f(x) = 2$ .

C.  $\min_{[-2,3]} f(x) = 1$  và  $\max_{[-2,3]} f(x) = 3$ .

D.  $\min_{[-2,3]} f(x) = -2$  và  $\max_{[-2,3]} f(x) = 4$ .

**Câu 3.** Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số được cho bảng biến thiên sau

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$		-	0	
$y$	0	2	-2	$+\infty$

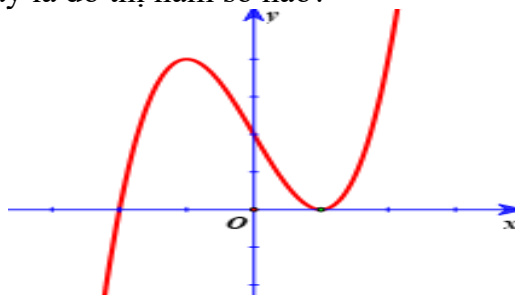
A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

**Câu 4.** Đường cong hình dưới đây là đồ thị hàm số nào?



A.  $y = x^3 - 3x + 2$ .

B.  $y = -x^3 + 3x + 2$ .

C.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

D.  $y = \frac{2x}{3x-3}$ .

**Câu 5.** Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là:

A. 200.

B. 700.

C. 350.

D. 40.

**Câu 6.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 32. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là:

A.  $4\sqrt{2}$ .

B. 1024.

C. 16.

D.  $4\sqrt{3}$ .

**Câu 7.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$ .

B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ .

C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .

D.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}.$$

**Câu 8.** Trong không gian, cho hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ . Vectơ có điểm đầu  $B$  và điểm cuối  $A$  kí hiệu là

A.  $\overrightarrow{BA}$ .B.  $\overrightarrow{AB}$ .C.  $BA$ .D.  $|\overrightarrow{BA}|$ .

**Câu 9.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{a}$  là

A.  $(-1; 2; 3)$ .B.  $(2; -3; -1)$ .C.  $(-1; 2; -3)$ .D.  $(-3; 2; -1)$ .

**Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$ . Tọa độ của điểm  $M$  là

A.  $(-2; 1; 3)$ .B.  $(2; 1; 3)$ .C.  $(2; 1; -3)$ .D.  $(2; -3; 1)$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$  cho  $\vec{a} = (2; 3; 2)$  và  $\vec{b} = (1; 1; -1)$ . Vectơ  $\vec{a} - \vec{b}$  có tọa độ là

A.  $(3; 4; 1)$ .B.  $(-1; -2; 3)$ .C.  $(3; 5; 1)$ .D.  $(1; 2; 3)$ .

**Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -1; 5); B(5; -5; 7)$ . Tính độ dài  $\overline{AB}$ .

A.  $\sqrt{29}$ .

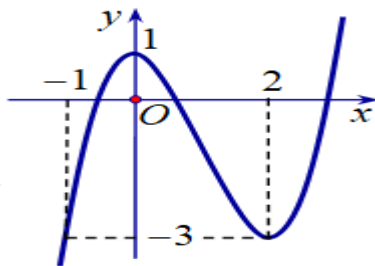
B. 29.

C.  $\sqrt{229}$ .

D. 229.

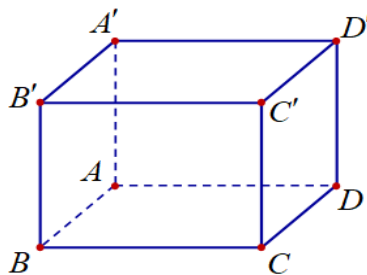
**PHẦN II. (4,0 điểm – 4 câu) Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



- a) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1;1)$ .
- b) Hàm số có 3 cực trị.
- c) Giá trị cực đại của hàm số là  $y=1$ .
- d)  $f'(x) < 0$  với mọi  $x \in (0;2)$ .

**Câu 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  như hình vẽ



- a)  $\overline{AB} = \overline{C'D'}$ .
- b)  $\overline{AA'} \cdot \overline{CD} = 0$ .
- c)  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$ .
- d)  $\overline{BA} + \overline{BD} + \overline{BB'} = \overline{BD'}$ .

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho  $A(2;1;0)$ ;  $B(-1;3;4)$ .

- a)  $A \in (Oxy)$ .
- b)  $H(0;1;0)$  là hình chiếu của  $A$  lên trục  $Ox$ .
- c)  $K(2;-1;0)$  là điểm đối xứng của  $A$  qua trục  $Ox$ .
- d)  $|\overline{AB}| = 3\sqrt{5}$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$  cho  $\vec{a} = (-3;4;0)$ ;  $\vec{b} = (5;0;12)$ .

- a)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -15$ .
- b)  $|\vec{a}| = 25$ .
- c)  $|\vec{b}| = 13$ .
- d)  $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = -\frac{3}{13}$ .

### Phần III. Câu trả lời ngắn.

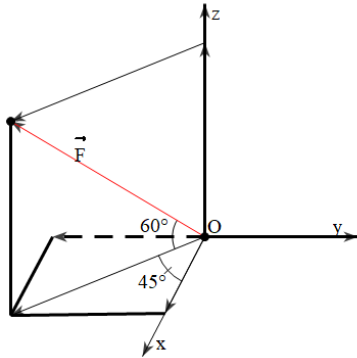
*Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.*

**Câu 1.** Một công ty ước tính rằng tổng lợi nhuận  $P$  (nghìn đồng) cho một sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng hàm số  $P(x) = -x^3 + 450x^2 + 52500x$ , trong đó  $x$  là số lượng đơn vị sản phẩm đó được sản xuất và bán ra. Vậy để đạt lợi nhuận lớn nhất thì công ty đó cần sản xuất và bán ra bao nhiêu đơn vị sản phẩm.

**Câu 2.** Một quần thể cá được nuôi trong một hồ nhân tạo lúc ban đầu có 80000 con. Sau  $t$  năm, số lượng quần thể cá nói trên được xác định bởi  $N(t) = \frac{20(4+3t)}{1+0,05t}$  (nghìn con).

Số lượng tối đa có thể có của quần thể cá là bao nhiêu nghìn con?

**Câu 3.** Người ta kéo vật nặng bằng một lực  $\vec{F}$  có cường độ 100 N (Hình).



Biểu diễn tọa độ vector  $\vec{F}$  trong hệ tọa độ đã cho trong hình ta được  $\vec{F} = (x; y; z)$ , khi đó  $x+y+z\sqrt{3}$  bằng bao nhiêu?

(làm tròn đến hàng đơn vị)

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 2 vector  $\vec{u}(2;1;-1)$  và  $\vec{v}(1;-1;m)$ . Tìm giá trị của  $m$  để hai vector  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  tạo với nhau một góc  $60^\circ$ .

**Câu 5.** Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng của một số quả bưởi da xanh ở một khu vực (đơn vị: kg).

Nhóm	[1,2;1,3)	[1,3;1,4)	[1,4;1,5)	[1,5;1,6)	[1,6;1,7)
Tần số	8	21	8	7	6

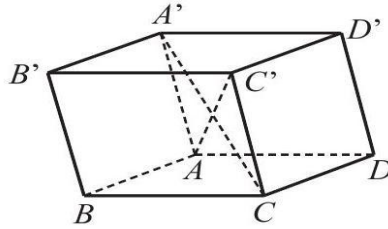
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

**Câu 6.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau về thời gian ngủ trong ngày của các học sinh lớp 12A.

Thời gian ngủ (giờ)	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)
Tần số	5	15	8	12

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)





A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{C'A}$ .

C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{A'C}$ .

D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$ .

**Câu 6.** Cho ba điểm  $A, B, C$  bất kỳ. Khi đó  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$  bằng

A.  $\overrightarrow{AC}$ .

B.  $\overrightarrow{CB}$ .

C.  $\overrightarrow{CA}$ .

D.  $\overrightarrow{BA}$ .

**Câu 7.** Cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $|\vec{u}| = 2, |\vec{v}| = 3$  và  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{1}{2}$ . Khi đó,  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng:

A. 3.

B.  $3\sqrt{3}$ .

C. 6.

D. 12.

**Câu 8:** Trong không gian Oxyz, cho vectơ  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ . Tọa độ vectơ  $\vec{a}$  là

A. (2; 0; 3).

B. (0; 2; 3).

C. (3; 2; 0).

D. (2; 3; 0).

**Câu 9:** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $M(1; 0; 2)$  và  $N(1; -2; 4)$ . Độ dài vectơ  $\overrightarrow{MN}$  là

A.  $\sqrt{2}$ .

B.  $2\sqrt{2}$ .

C.  $2\sqrt{3}$ .

D. 8.

**Câu 10.** Trong không gian Oxyz, cho hai vectơ  $\vec{u} = 3; 2; -1$ ,  $\vec{v} = 5; -4; 2$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u} - \vec{v}$  là

A. (-2; 6; -3).

B. (2; -6; 3)

C. (-2; -2; -3).

D. (2; 2; 1)

**Câu 11.** Mệnh đề nào sau đây sai? Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

A. Là giá trị xấp xỉ cho khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc.

B. Không bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường trong mẫu số liệu.

C. Có thể dùng để đo mức độ phân tán của nửa giữa của mẫu số liệu

D. Là hiệu số giữa tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  và tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

**Câu 12.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm:

Nhóm	$[a_1; a_2)$	.....	$[a_i; a_{i+1})$	.....	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	$m_1$	.....	$m_i$	.....	$m_k$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu  $s^2$ , là một số được tính theo công thức nào dưới đây?

A.  $s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2}{n}$

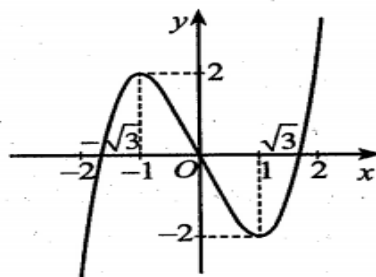
B.  $s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + m_i(x_i - \bar{x})^2}{n}$

C.  $s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x}) + \dots + m_i(x_i - \bar{x})}{n}$

D.  $s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x}) + \dots + m_k(x_k - \bar{x})}{n}$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x$  có đồ thị như hình bên



6

Hình 1

- a) Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .
- b)  $f'(x) = 3x^2 + 3$
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1;1)$ .
- d) Hàm số đạt cực đại tại  $x = -1$ .

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1;-2;3)$ ,  $B(-2;1;2)$ ,  $C(3;-1;2)$ .

- a)  $\overrightarrow{AB} = (-3;3-1)$ .
- b)  $\overrightarrow{AC} = (-2;-1;1)$ .
- c)  $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ .
- d) Ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{a} = (2;1;-2)$ ,  $\vec{b} = (0;-1;1)$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ .
- b)  $|\vec{a}| = 3$ .
- c)  $|\vec{b}| = \sqrt{2}$ .
- d) Góc giữa hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng  $45^\circ$ .

**Câu 4.** Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

- a) Độ dài quãng đường dài nhất của bác tài xế đã đi là  $300\text{ km}$ .
- b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là  $250\text{ km}$ .
- c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm nằm ở nhóm  $[100;150)$
- d) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là  $145$ .

### Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có bảng biến thiên như sau:

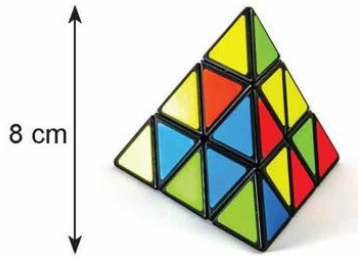
$x$	$-\infty$	0	4	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		-1		-5		$+\infty$

Tính tổng  $P = a + b + c + d$  (Làm tròn đến một chữ số thập phân).

**Câu 2.** Người quản lý của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lý nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu triệu đồng để doanh thu là lớn nhất?

**Câu 3.** Ta đã biết trọng tâm của tứ diện  $ABCD$  là một điểm  $I$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$ , ở đó  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của

một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là  $8\text{ cm}$ .



**Câu 4.** Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí  $A$  cách vị trí điều khiển  $150\text{ m}$  về phía nam và  $200\text{ m}$  về phía đông, đồng thời cách mặt đất  $50\text{ m}$ . Flycam II ở vị trí  $B$  cách vị trí điều khiển  $180\text{ m}$  về phía bắc và  $240\text{ m}$  về phía tây, đồng thời cách mặt đất  $60\text{ m}$ . Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  là vị trí người điều khiển, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  có hướng trùng với hướng nam, trục  $Oy$  trùng với hướng đông, trục  $Oz$  vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

**Câu 5:** Cho biết máy bay  $A$  đang bay với vectơ vận tốc  $\vec{a} = (300; 200; 400)$  (đơn vị:  $\text{km/h}$ ). Máy bay  $B$  bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay.



Tính tốc độ của máy bay  $B$  (Làm tròn đến hàng đơn vị)

**Câu 6.** Để đánh giá chất lượng một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả như sau:

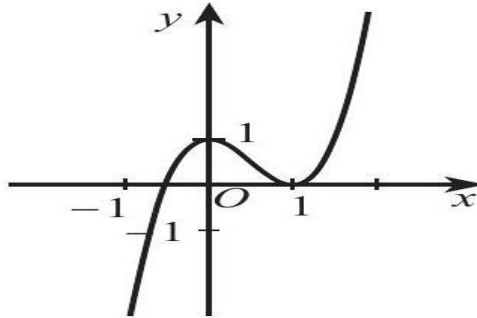
<b>Thời gian (giờ)</b>	[5; 5, 5)	[5, 5; 6)	[6; 6, 5)	[6, 5; 7)	[7; 7, 5)
<b>Số chiếc điện thoại (tần số)</b>	2	8	15	10	5

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến hai chữ số thập phân)

### ĐỀ 3

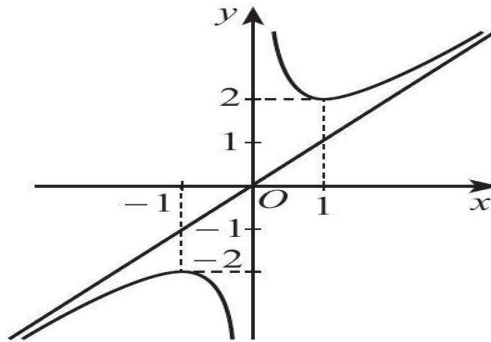
**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?



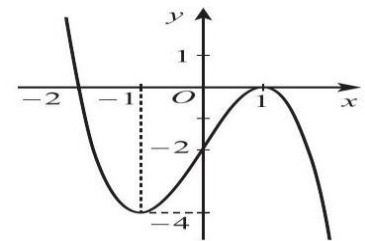
- A.  $(0;1)$ .                      B.  $(0;2)$ .                      C.  $(-1;0)$ .                      D.  $(-1;1)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như Hình. Hàm số đã cho có điểm cực đại là:



- A. 1.                                      B. -1.                                      C. 2.                                      D. -2.

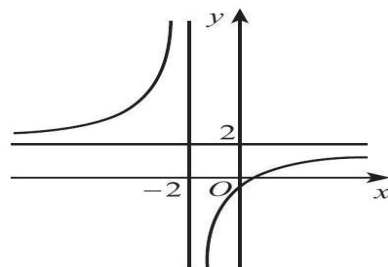
**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như Hình. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-1;1]$  là:



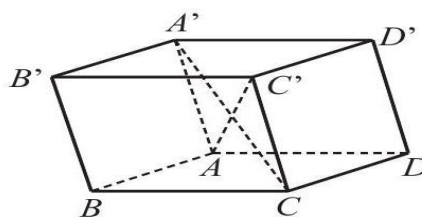
- A. -1.                                      B. 1.                                      C. -4.                                      D. -2.

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như Hình. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là:

- A.  $x = -1$ .                              B.  $y = -1$ .  
C.  $x = 2$ .                              D.  $y = 2$ .



**Câu 5.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  như Hình. Phát biểu nào sau đây là đúng?



- A.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{CA'}$ .    B.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{C'A}$ .

C.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{A'C}$ .    D.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$ .

**Câu 6.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , tọa độ của vectơ  $\vec{u} = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k}$  là:

- A. (4;5;6).                      B. (4;-5;6).                      C. (4;5;-6).                      D. (-4;5;6).

**Câu 7.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$  và  $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$  bằng:

- A.  $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$ .                      B.  $(x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$ .  
 C.  $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ .                      D.  $(x_1 + y_1 + z_1)(x_2 + y_2 + z_2)$ .

**Câu 8.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , tổng của hai vectơ  $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$  và  $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$  là một vectơ có tọa độ là:

- A.  $(x_1x_2; y_1y_2; z_1z_2)$ .                      B.  $(x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$ .  
 C.  $(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$ .                      D.  $(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$ .

**Câu 9.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , khoảng cách giữa hai điểm  $M(x_M; y_M; z_M)$  và  $N(x_N; y_N; z_N)$  bằng:

- A.  $(x_M + x_N; y_M + y_N; z_M + z_N)$ .                      B.  $\sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2 + (z_N - z_M)^2}$ .  
 C.  $(x_M + y_M + z_M)(x_N + y_N + z_N)$ .                      D.  $x_Mx_N + y_My_N + z_Mz_N$ .

**Câu 10.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi Bảng 1. Gọi  $\bar{x}$  là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đó. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm được tính bằng công thức nào trong các công thức dưới đây?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	$x_1$	$n_1$
$[a_2; a_3)$	$x_2$	$n_2$
$[a_3; a_4)$	$x_3$	$n_3$
$[a_4; a_5)$	$x_4$	$n_4$
		$n = 50$

A.  $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + n_3(x_3 - \bar{x})^2 + n_4(x_4 - \bar{x})^2}{4}$ .

B.  $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + n_3(x_3 - \bar{x})^2 + n_4(x_4 - \bar{x})^2}{4}}$ .

C.  $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + n_3(x_3 - \bar{x})^2 + n_4(x_4 - \bar{x})^2}{50}$ .

D.  $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + n_3(x_3 - \bar{x})^2 + n_4(x_4 - \bar{x})^2}{50}}$ .

**Câu 11.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Biểu thức  $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}$  bằng:

- A.  $\overline{AD}$ .                      B.  $\overline{DA}$ .                      C.  $\overline{BD}$ .                      D.  $\overline{DB}$ .

**Câu 12.** Khi thống kê cân nặng (đơn vị: kilôgam) của các học sinh lớp 12 A, người ta sử dụng mẫu số liệu ghép nhóm và kết quả được cho bởi Bảng sau.

Nhóm	Tần số
[50;55)	3
[55;60)	9
[60;65)	17
[65;70)	14
[70;75)	2
Bảng 2	

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

A. 25 .

B. 50 .

C. 20 .

D. 75 .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

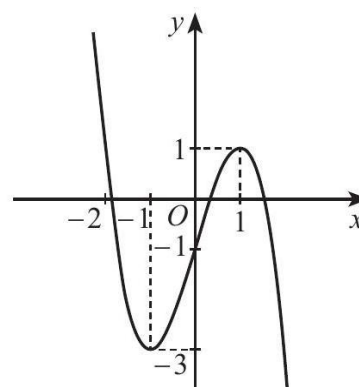
**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = -x^3 + 3x$ .

a)  $f'(x) = -3x^2 + 3$ .

b) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ ; nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

c) Hàm số đạt cực tiểu tại  $x_1 = -1$  và đạt cực đại tại  $x_2 = 1$ .

d) Hàm số có đồ thị như Hình 6 .



**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = e^x - x$ .

a)  $f'(x) = e^x + 1$ .

b)  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ .

c) Bảng biến thiên của hàm số  $f(x)$  là:

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$1$	$+\infty$

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên  $\mathbb{R}$  là 1 .

**Câu 3.** Một bệnh viện thống kê chỉ số đường huyết (đơn vị: milimol//ít) của 100 bệnh nhân. Số liệu được ghi lại trong Bảng 3.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[5;6)	5,5	22
[6;7)	6,5	38
[7;8)	7,5	20

[8;9)	8,5	15
[9;10)	9,5	5
		$n = 100$

Bảng 3

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm được tính bằng biểu thức:

$$x = \frac{22 \cdot 5,5 + 38 \cdot 6,5 + 20 \cdot 7,5 + 15 \cdot 8,5 + 5 \cdot 9,5}{100}$$

b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là 6,93 .

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là  $s^2 = 1,2$  .

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 1,13 .

**Câu 4.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  , cho hai vectơ  $\vec{u} = (-1; 2; 2)$  và  $\vec{v} = (-3; -4; 0)$  .

a) Nếu một vectơ có tọa độ là  $(x; y; z)$  thì vectơ đó có độ dài là  $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  .

b)  $|\vec{u}| = 3, |\vec{v}| = 5$  .

c)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5$  .

d) Góc giữa hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) là  $81^\circ$  .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 .

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = x + \frac{1}{x}$  có bảng biến thiên như sau. Giá trị của biểu thức

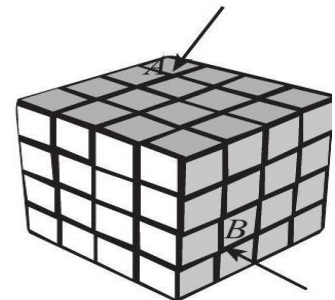
$S = a + 2b + 3c$  bằng bao nhiêu?

$x$	$-\infty$	$a$	$b$	$c$	$+\infty$		
$y'$		+	0	-	-	0	+
$y$			-2		$+\infty$		$+\infty$
	$-\infty$			$-\infty$		2	

**Câu 2.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  , cho  $\vec{u} = (3; 4; -7)$ ,  $\vec{v} = (-1; 5; 8)$  . Biết  $2\vec{u} - 3\vec{v}$  có tọa độ là  $(a; b; c)$  . Giá trị của  $a + b + c$  là bao nhiêu?

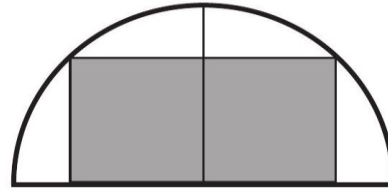
**Câu 3.** Khi thống kê chiều cao của các học sinh nữ khối 12 ở một trường phổ thông, người ta tổng hợp kết quả (đơn vị: cm ) bằng một mẫu số liệu ghép nhóm. Mẫu số liệu ghép nhóm đó có tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai, tứ phân vị thứ ba lần lượt là 160,8; 166,3 và 170,2 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng bao nhiêu?

**Câu 4.** Một khối rubik có dạng  $4 \times 4$  (mỗi cạnh của hình lập phương nhỏ nhất có độ dài 1 cm , mỗi cạnh của khối rubik gấp bốn lần cạnh hình lập phương nhỏ nhất đó). Xét hai vị trí  $A$  và  $B$  , trong đó  $A$  ở mặt trên cùng và  $B$  ở mặt bên phải, với  $A$  và  $B$  đều là các đỉnh của khối lập phương nhỏ (Hình 7). Khoảng cách giữa hai điểm  $A$  và  $B$  bằng bao nhiêu centimét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hình 7

**Câu 5.** Quỳnh có một tấm giấy màu có dạng nửa hình tròn bán kính 2dm. Quỳnh cần cắt từ tấm giấy màu này ra một tấm giấy hình chữ nhật có một cạnh thuộc đường kính của nửa hình tròn (Hình 8) sao cho diện tích của tấm bìa được cắt ra là lớn nhất. Giá trị lớn nhất của diện tích tấm bìa đó là bao nhiêu decimét vuông?



Hình 8

**Câu 6.** Bạn Dung cần gấp một hộp quà có dạng hình lăng trụ tứ giác đều với thể tích bằng  $8\text{dm}^3$ . Diện tích toàn phần của hộp quà đó có giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu decimét vuông?

## ĐỀ 4

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		↖ 1		↘ -2		↗ $+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A.  $x = -2$ .      B.  $x = 2$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = -1$ .

**Câu 2.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^4 - 12x^2 - 4$  trên đoạn  $[0; 9]$  bằng

- A. -39.      B. -40.      C. -36.      D. -4.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = \frac{-4x^2 - 2x - 5}{-x + 2}$ . Đường tiệm cận xiên của hàm số là

- A.  $y = 2x + 10$ .      B.  $y = 3x + 10$ .      C.  $y = 5x + 10$ .      D.  $y = 4x + 10$ .

**Câu 4.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

$x$	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$		↖ 2		↘ -2		↗ $+\infty$

- A.  $y = -x^3 + 3x$ .      B.  $y = x^3 - 3x$ .      C.  $y = -x^2 + 2x$ .      D.  $y = x^2 - 2x$ .

- Câu 5.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABCA'B'C'$ . Đặt  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$ . Trong các biểu thức véctơ sau đây, biểu thức nào **đúng**.
- A.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$ .      B.  $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ .      C.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .      D.  $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .
- Câu 6.** Trong không gian cho điểm  $O$  và bốn điểm  $A, B, C, D$  không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C, D$  tạo thành hình bình hành là:
- A.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ .      B.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$ .
- C.  $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$ .      D.  $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$ .
- Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$  cho  $\vec{a} = (2; 3; 2)$  và  $\vec{b} = (1; 1; -1)$ . Vectơ  $\vec{a} - \vec{b}$  có tọa độ là
- A.  $(3; 4; 1)$ .      B.  $(-1; -2; 3)$ .      C.  $(3; 5; 1)$ .      D.  $(1; 2; 3)$ .
- Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai điểm  $A(-1; 5; 3)$  và  $M(2; 1; -2)$ . Tọa độ điểm  $B$  biết  $M$  là trung điểm của  $AB$  là
- A.  $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$ .      B.  $B(-4; 9; 8)$ .      C.  $B(5; 3; -7)$ .      D.  $B(5; -3; -7)$ .
- Câu 9.** Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả măng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

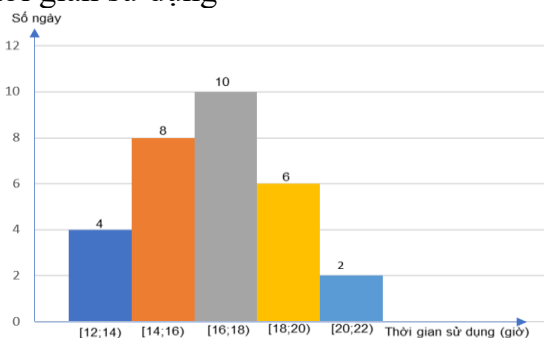
Một của mẫu số liệu trên là

- A. 3.      B. 1,50.      C. 2,10.      D. 1,50 và 2,10.
- Câu 10.** Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả măng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

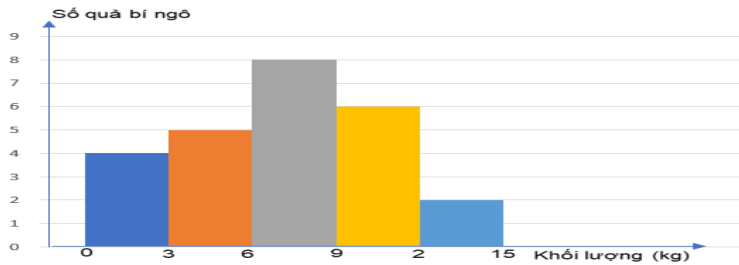
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A. 0,4.      B. 0,5.      C. 0,6.      D. 0,7.
- Câu 11.** Bác Minh thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau. Biểu đồ tần số theo thời gian sử dụng



Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 14,875.      B. 14,4375.      C. 13,125.      D. 13,5625.
- Câu 12.** Khối lượng của các quả bí ngô (đơn vị: kg) trong một khu vườn được minh họa bằng biểu đồ sau:



Độ lệch chuẩn của của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 8,235.                      B. 3,531.                      C. 2,562.                      D. 5,241.

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Câu 1.** Nồng độ thuốc  $C(t)$  tính theo  $mg/cm^3$  trong máu của bệnh nhân được tính bởi

$$C(t) = \frac{0,05t}{t^2 + t + 1}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính theo giờ kể từ khi tiêm cho bệnh nhân.}$$

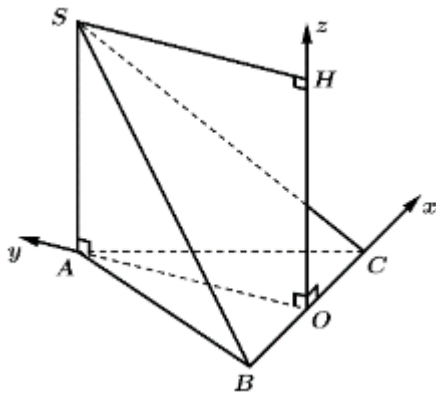
a) Hàm số  $C(t)$  có đạo hàm  $C'(t) = \frac{1-t^2}{20(t^2 + t + 1)^2}, t \geq 0$ .

b) Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm dần theo thời gian.

c) Nồng độ thuốc trong máu lớn nhất ở thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.

d) Có thời điểm nồng độ trong máu của bệnh nhân đạt  $0,02mg/cm^3$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC), SA = a$  và đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a, O$  là trung điểm của  $BC$ . Bằng cách thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ, hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau



a) Điểm  $A \left( \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0 \right)$ .

b) Trung điểm của cạnh  $SB$  là  $M \left( -\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a}{2} \right)$ .

c) Trọng tâm của tam giác  $SBC$  là điểm  $G \left( 0; \frac{a\sqrt{3}}{3}; \frac{a}{3} \right)$ .

d)  $\overline{SB} \cdot \overline{SC} = \frac{3a^2}{2}$

**Câu 3.** Bảng sau cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê tỉ lệ che phủ rừng (đơn vị: %) của 60 tỉnh, thành phố ở Việt Nam (không bao gồm Hưng Yên, Vĩnh Long, Cần Thơ) tính đến ngày 31/12/2020. (Nguồn: <https://bandolamnghiep.com>)

Nhóm	Tần số
------	--------

[0;10)	17
[10;20)	6
[20;30)	3
[30;40)	4
[40;50)	9
[50;60)	15
[60;70)	5
[70;80)	1
	$n = 60$

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Tỷ lệ che phủ rừng trung bình trên một tỉnh, thành phố được thống kê ở trên là lớn hơn 33%.
- b) Trung vị của mẫu số liệu trên là 40%.
- c) Có 20 tỉnh, thành phố có tỷ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 10%.
- d) Một của mẫu số liệu trên là 5%.

**Câu 4.** Một trung tâm ngoại ngữ thực hiện kiểm tra đầu vào của 80 học sinh đăng kí học, kết quả kiểm tra được cho bởi bảng tần số ghép nhóm như Bảng.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[0;1)	0,5	2
[1;2)	1,5	3
[2;3)	2,5	3
[3;4)	3,5	5
[4;5)	4,5	8
[5;6)	5,5	20
[6;7)	6,5	16
[7;8)	7,5	15
[8;9)	8,5	6
[9;10)	9,5	2
		$n = 80$

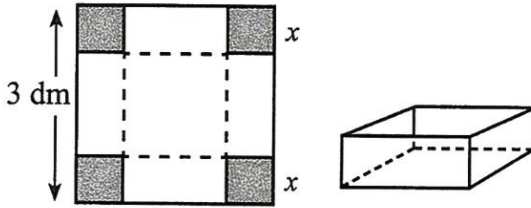
Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Tổng số học sinh là 800.
- b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đó là: 5,7875.
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:  $s^2 \approx 3,85$ .
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:  $s = \sqrt{3,85} \approx 1,962$ .

**Phần 3. Câu trả lời ngắn.**

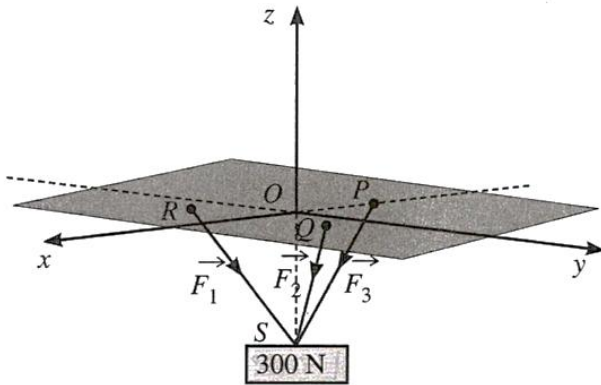
*Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.*

**Câu 1.** Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh  $3dm$ . Bác Tùng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng  $x(dm)$ , rồi gập tấm nhôm lại như Hình để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp.



Gọi  $V$  là thể tích của khối hộp đó tính theo  $x(dm)$ . Giá trị lớn nhất của  $V$  là bao nhiêu decimét khối?

- Câu 2.** Một xưởng mộc dùng gỗ gụ để sản xuất 5 chiếc bàn mỗi ngày. Chi phí cho mỗi lần vận chuyển nguyên liệu là 5000 USD, chi phí để lưu trữ một đơn vị nguyên liệu là 10 USD mỗi ngày, trong đó một đơn vị là lượng nguyên liệu cần thiết để sản xuất 1 chiếc bàn. Hỏi mỗi lần xưởng mộc nên đặt mua bao nhiêu đơn vị nguyên liệu để chi phí trung bình hằng ngày (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí lưu trữ) trong chu kỳ sản xuất giữa các lần giao hàng là ít nhất?
- Câu 3.** Một vật có trọng lượng 300 N được treo bằng ba sợi dây cáp không dẫn có chiều dài bằng nhau, mỗi dây cáp có một đầu được gắn tại một trong các điểm  $P(-2;0;0), Q(1;\sqrt{3};0), R(1;-\sqrt{3};0)$  còn đầu kia gắn với vật tại điểm  $S(0;0;-2\sqrt{3})$  như Hình



(trong đó mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 N). Gọi  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  lần lượt là lực căng trên các sợi dây cáp  $RS, QS$  và  $PS$ .

Tìm  $|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| + |\vec{F}_3|$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

- Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các vectơ  $\vec{a} = (1; x+1; 1), \vec{b} = (2; 1; -1), \vec{c} = (1; 3; -3)$ , với  $x$  là số thực thay đổi. Đặt  $P = |\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{c}|$ , tính giá trị nhỏ nhất của  $P$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)
- Câu 5.** Kết quả thi thử của các thí sinh tại một trung tâm tiếng Anh được cho như sau:

Số câu đúng	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50
Số thí sinh	5	15	30	20	10

Tìm khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu ghép nhóm.

- Câu 6.** Cự li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Độ dài (m)	[9;10)	[10;11)	[11;12)	[12;13)	[13;14)
Tần số	18	10	6	4	2

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng